



# POLÍGONOS REGULARES Y LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA

### Polígonos regulares

Son aquellos polígonos convexos que tienen sus lados y ángulos congruentes.

Todo polígono regular puede ser inscrito y circunscrito a dos circunferencias concéntricas.

O: centro de la circunferencia

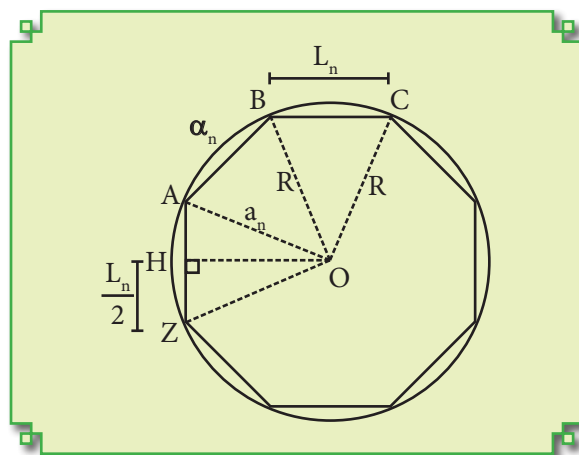
R: circunradio

$L_n$ : longitud del lado, para el polígono regular de «n» lados.

$a_n$ : Longitud de la Apotema (o  $ap_n$ )

$\Delta COB$ : Elemento fundamental del polígono

$\alpha_n$ : Medida del ángulo central o del arco que subtiende cada lado del polígono.



$$\alpha_n = \frac{360^\circ}{n}$$

### Cálculo de la longitud del lado

En el  $\Delta COB$  en la ley de cosenos:

$$L_n = R\sqrt{2(1-\cos\alpha_n)}$$

### Cálculo de la Apotema

En el  $\Delta OHZ$ :  $a_n = \frac{1}{2}\sqrt{4R^2 - L_n^2}$

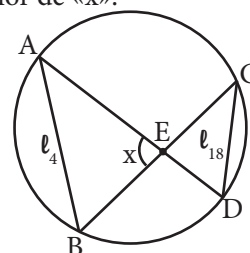
## Trabajando en clase

### Integral

1. Calcula el lado del cuadrado inscrito en una circunferencia de radio 10 m.
2. Calcula el lado del triángulo equilátero inscrito en una circunferencia de radio 20 m.
3. Calcula el lado de un hexágono regular inscrito en una circunferencia de radio 12 m.

### Católica

4. Calcula el valor de «x».



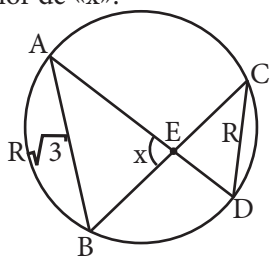
**Resolución:**

Sabemos que  $\ell_4$  nos da un arco de  $90^\circ$ .  
Sabemos que de  $\ell_{18}$  podemos calcular el arco que determina:

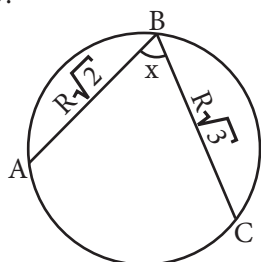
$$\widehat{DE} = \frac{360^\circ}{18} = 20^\circ$$

Por ángulo interior:  $x = \frac{90+20}{2} = 55^\circ$

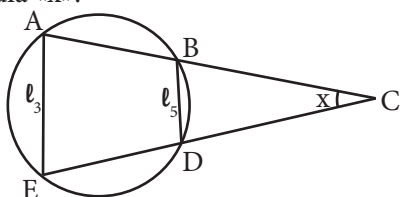
5. Calcula el valor de «x».



6. Calcula «x».



7. Calcula «x».

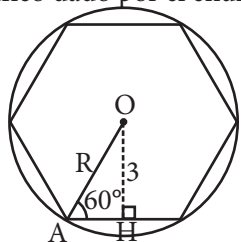


**UNMSM**

8. Un hexágono tiene una circunferencia inscrita de radio 3m. Calcula la longitud de radio de la circunferencia circunscrita al mismo polígono.

**Resolución:**

Según el gráfico dado por el enunciado:



$OH = 3\text{ m}$

En el  $\triangle AOH$   $30^\circ$  y  $60^\circ$

$$\frac{OA \cdot \sqrt{3}}{2} = OH$$

$$\frac{R \cdot \sqrt{3}}{2} = 3$$

$$R = 2\sqrt{3}$$

9. Calcula el radio de la circunferencia circunscrita a un hexágono regular si el radio de la circunferencia inscrita a dicho hexágono regular es 6 m.

10. Calcula el perímetro del triángulo que se forma al unir los puntos medios de 3 lados no consecutivos de un hexágono regular de circunradio R.

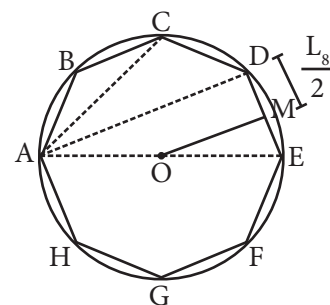
11. Sobre el arco AB de la circunferencia circunscrita a un hexágono regular ABCDEF de lado «a» se toma el punto «P». Calcula:

$$M = PA^2 + PB^2 + PC^2 + PD^2 + PE^2 + PF^2$$

**UNI**

12. En un octógono regular ABCDEFGH de circunradio R, calcula la distancia del vértice A al punto medio del lado  $\overline{DE}$ .

**Resolución:**



$$\frac{L_8}{2} = \frac{R}{2} \sqrt{2 - \sqrt{2}}$$

$OM = L_8 = \frac{R}{2} \sqrt{2 + \sqrt{2}}$  en el triángulo ADE; por

base media  $AD = (OH)$

$$AD = R\sqrt{2 + \sqrt{2}}$$

$$(AM)^2 = (AD)^2 + (DH)^2$$

$$AM = \frac{R}{2} \sqrt{10 + 3\sqrt{2}}$$

13. En un octógono regular ABCDEFGH de circunradio 10 m, calcula la distancia del vértice A al punto medio del lado  $\overline{DE}$ .

14. En una circunferencia de centro Q y radio  $4\sqrt{2}$  m, se trazan los diámetros  $\overline{AB}$  y  $\overline{DE}$  perpendiculares entre sí. La recta que une el punto A con el punto medio O de  $\overline{BC}$ , lado del hexágono regular inscrito, corta a  $\overline{DE}$  en N. Indica cuánto mide QN.