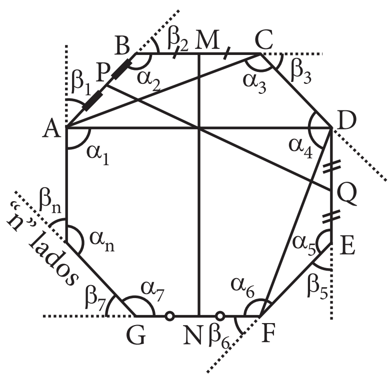
POLÍGONOS

DEFINICIÓN

Es la figura geométrica cerrada que se forma al unir consecutivamente tres o más puntos no colineales, mediante segmentos de tal modo que dicha figura limita una región del plano.



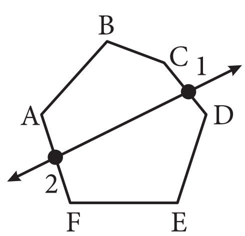
- Notación: Polígono ABCDEFG…
- Elementos:
  1. Vértices: A, B, C, D, E, F, G, …
  2. Lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{FG}$, ...
  3. Ángulos internos de medida: $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, ...$
     Ángulos externos de medida: $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, ...$
  4. Diagonales: $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{DF}$, ...
  5. Diagonales medias: $\overline{MN}$, $\overline{PQ}$

CLASIFICACIÓN

1. Clasificación por la medida de sus ángulos

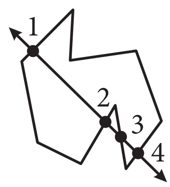
A. Convexo

Será convexo cuando toda recta secante solo corta en 2 puntos al polígono.



B. No convexo o cóncavo

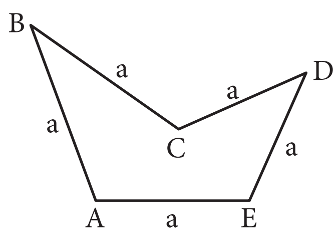
Será no convexo cuando al menos una recta secante corta en más de dos puntos al polígono.



2. Clasificación por la regularidad de sus elementos

A. Polígono equilátero

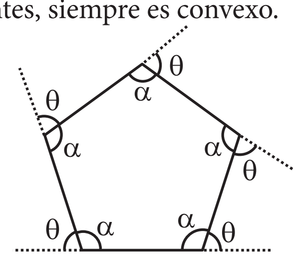
Es aquel que tiene todos sus lados congruentes.



Perímetro = n(medida del lado)

B. Polígono equiángulo

Es aquel que tiene todos sus ángulos congruentes, siempre es convexo.



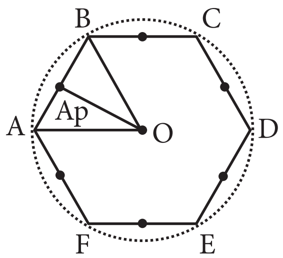
$$\boxed{\alpha = m\angle i = \frac{180^\circ(n-2)}{n}}$$

$$\boxed{\theta = m\angle e = \frac{360^\circ}{n}}$$

Donde: n = # de lados

C. <u>Polígono regular</u>

Es el polígono equiángulo y equilátero a la vez. En la figura, "O" es centro del polígono y m∠AOB es el ángulo central.



$$\boxed{m\angle central = \frac{360^o}{n}}$$

$$\boxed{\Sigma\angle s = \frac{360^o}{n}}$$

(Ap) Apotema del hexágono regular

PROPIEDADES GENERALES PARA TODO POLÍGONO CONVEXO DE "N" LADOS

1. El número de diagonales trazadas desde un solo vértice:

$$n^o\ d_1 = n - 3$$

2. Número total de diagonales:

$$D = \frac{n(n-3)}{2}$$

3. Número de diagonales trazadas desde "m" vértices consecutivos:

$$n^oD_{(m)} = m \cdot n - \frac{(m+1)(m+2)}{2}$$

4. Número de triángulos determinados al trazar las diagonales desde un solo vértice:

$$n^o \triangle s = n - 2$$

5. Suma de las medidas de los ángulos internos:

$$\Sigma\angle_s int = 180^o(n-2)$$

6. Suma de las medidas de los ángulos externos:

$$\Sigma\angle_s ext = 360^o$$

7. Número de ángulos rectos a que equivale la suma de las medidas de los ángulos internos:

$$N^o\angle rectos = 2(n-2)$$

Observación:

Existe una relación entre "n" (# de lados) y D (diagonales) y es mediante el siguiente cuadro:

n	3	4	5	6	7	8	9	10	....
D	0	2	5	9	14	20	27	35	....
	2	3	4	5	6	7	8		

TRABAJANDO EN CLASE

Integral

1. Calcula el número de lados de un polígono cuya suma de las medidas de sus ángulos interiores es 1080°.

2. Calcula el perímetro de un polígono equilátero, si su lado mide 8 cm y tiene 27 diagonales.

3. Dos polígonos regulares, uno de 6 lados y el otro de 5 lados, tienen un lado en común. Si el perímetro total es de 135 cm, ¿cuál es el perímetro del polígono de 5 lados?

PUCP

4. Si en un polígono el número de lados aumenta en 3, el número de diagonales se triplica. Calcula la suma de las medidas de sus ángulos interiores.

Resolución:

Dada la relación entre el número de lados y su número de diagonales se puede realizar del siguiente cuadro:

n: # lados

D: # de diagonales

+3

n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
D	0	2	5	9	14	20	27	35	44	54	65	77	90	104

x3

Observamos que n = 6

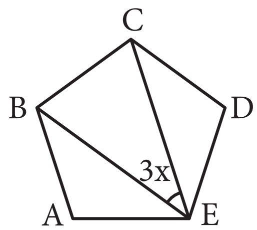
Piden:

$\Sigma\angle_s int = 180^o(n - 2) = 180^o(4)$

$\therefore\ \Sigma\angle_s int = 720$

5. Si en un polígono, el número de lados aumenta en 5, el número de diagonales aumenta en 45°. Calcula la medida de su ángulo exterior.

6. Si ABCDE es un polígono regular, calcula «x».



7. Si la medida del ángulo interior de un polígono regular es 160°, calcula el número total de diagonales de dicho polígono.

UNMSM

8. Desde 7 vértices consecutivos de un polígono, se pueden trazar 55 diagonales. Calcula la medida de su ángulo central.

Resolución:

Sabemos:

$$\boxed{D_K = nk - \frac{(k+1)(k+2)}{2}}$$

D: # de diagonales

K: # de vértices consecutivos

n: # de lados

Dato:

$D_7 = 55 \Rightarrow n(7) - \dfrac{8(9)}{2} = 55$

$7n - 36 = 55$

$7\,n = 91$

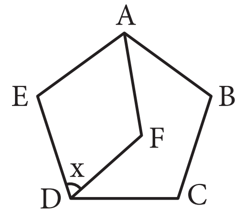
$\boxed{n = 13}$

Piden:

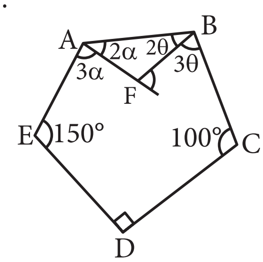
$$\angle\text{central} = \frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{13}$$

9. Desde 6 vértices consecutivos de un polígono, se pueden trazar 32 diagonales. Calcula la suma de las medidas de sus ángulos interiores.

10. Si se sabe que ABCDE es un polígono regular y que AF = AE, calcula «x».

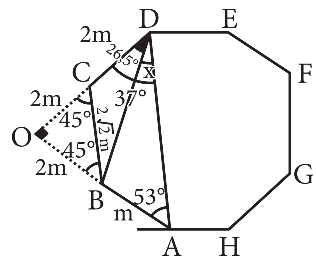


11. Calcula «x».



UNI

12. Sabiendo que ABCDEFGH es un octógono equiángulo, calcula m∠BDA si: 4AB = 2CD = $\sqrt{2}$ BC.



Resolución:

Si: AB = m $\Rightarrow$ CD = 2 m y BC = $2\sqrt{2}$ m

- Prolongamos $\overline{DC}$ y $\overline{AB}$ hasta "O".
- m∠OCB = m∠CBO = 45°
  (ext. De un octógono)
- $\Rightarrow$ OC = OB = 2 m
- Triángulo DOA, notable: OD = 4 m y OC = 3 m
  $\Rightarrow$ m∠ODA = 37°
- Triángulo DOB, notable: OD = 4 m y OB = 2 m
  $\Rightarrow$ m∠ODA = $\dfrac{53^\circ}{2}$ = 26,5°

Finalmente:

$\Rightarrow$ x + 26,5° = 37°

$\therefore$ x = 10,5°

13. En un octógono equiángulo ABCDEFGH, calcula m∠BDA, si: 4AB = CD = $\sqrt{2}$ BC.

14. Un polígono de "n" lados posee 10 ángulos interiores cuya suma es 1600°. Determina la suma de las medidas de los ángulos exteriores correspondientes a los vértices restantes.