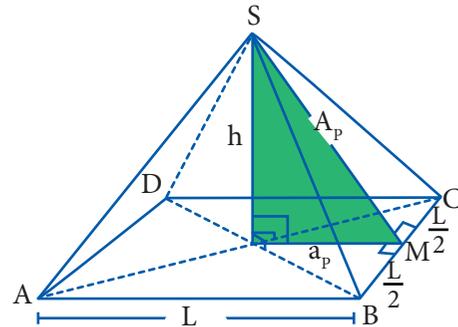
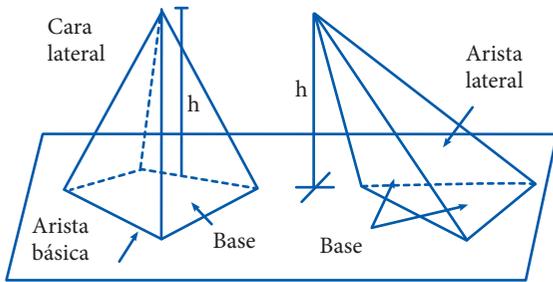




PIRÁMIDE Y CONO

Pirámide

Es el sólido geométrico que tiene como base un polígono cualquiera y como caras laterales triángulos escalenos que tienen un vértice común, que viene a ser el vértice de la pirámide.



A_p → apotema de la pirámide
 a_p → apotema de la base

Clasificación

A. Una pirámide es triangular, cuadrangular, pentagonal, etc, según su base, sea una región triangular, cuadrangular, pentagonal, etc.

B. Pirámide regular

Es aquella pirámide cuya base es un polígono regular, sus caras laterales son triángulos isósceles congruentes. La altura de una pirámide regular cae en el centro de gravedad de la base.

Apotema de una pirámide regular

Es el segmento perpendicular trazado desde el vértice de la pirámide a una arista básica.

$$1. A_{SL} = \text{Semiperímetro de la base} \times \text{apotema}$$

$$2. A_{ST} = A_{SL} + A_{BASE}$$

$$3. \text{Volumen} = \frac{1}{3} A_{BASE} \times h$$

$$A_p^2 = h^2 + a_p^2$$

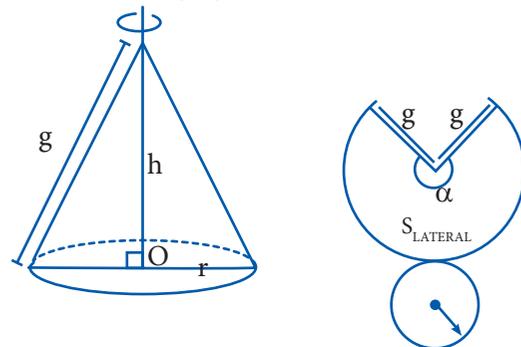
C. Pirámide irregular

Es aquella que no cumple con las condiciones de la pirámide regular.

Cono circular recto o de revolución

Es el sólido generado por la rotación de una región limitada por un triángulo rectángulo cuando gira alrededor de uno de sus catetos, tomado como eje. El cateto eje es la altura del cono, el otro cateto es el radio de la base y la hipotenusa es la generatriz del cono.

Desarrollo de su superficie



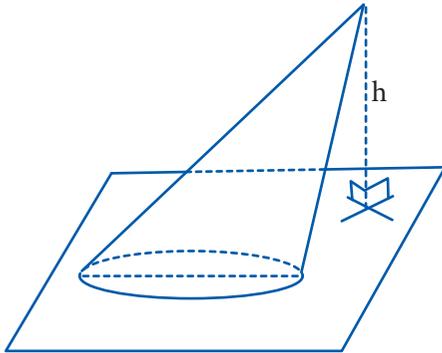
$$A_{SL} = \pi r g$$

$$A_{ST} = \pi r (g + r)$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$$

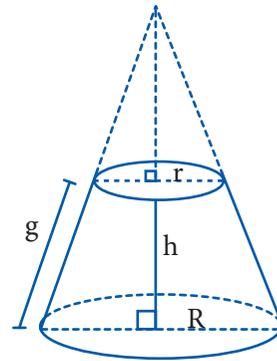
Cono oblicuo

Es el cono en el cual el pie de su altura no coincide en un baricentro.



Tronco de cono circular recto o de revolución

Es el sólido que se determina al cortar a un cono circular recto con un plano paralelo a su base. Se puede considerar como el sólido generado por la rotación de un trapecio rectángulo alrededor del lado perpendicular a las bases.



Advertencia pre

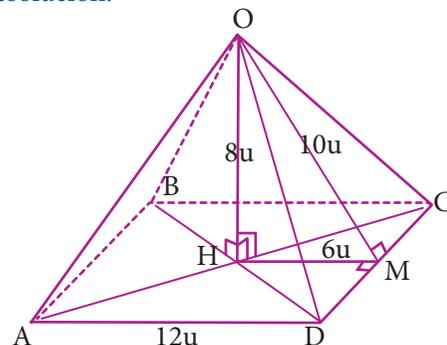
Las caras laterales de una pirámide regular recta son triángulos isósceles y solo en un caso especial serán triángulos equiláteros, en este último caso el enunciado del problema lo especificará.

1. $A_{SL} = \pi g(r + R)$
2. $A_{SL} = \pi g(r + R) + \pi(R^2 + r^2)$
3. $V = \frac{\pi h}{3} (R^2 + r^2 + Rr)$

Trabajando en clase

1. Calcula el área de la superficie lateral de una pirámide regular de base cuadrada cuya área es 5 m^2 y donde todas las caras laterales son triángulos equiláteros.
2. Calcula el volumen de un cono circular recto si el diámetro de su base mide 14 m y su generatriz mide 25 m .
3. Calcula el volumen de un tronco de cono si sus radios miden 2 u y 4 u , además tiene 9 u de altura.
4. Calcula el área de la superficie lateral, total y volumen en una pirámide cuadrangular regular cuya arista básica mide 12 u y la altura mide 8 u .

Resolución:



Trazamos $HM = 6 \text{ u}$ y $OM = 10 \text{ u}$; entonces:
 $S_L = (P_{base})(Ap) = (24)(10) = 240 \text{ m}^2$

$$S_T = S_L + S_{base}$$

$$S_T = 240 u^2 + (12u)^2$$

$$S_T = 384 u^2$$

$$\text{Volumen} = (S_{\text{base}})(\text{altura})$$

$$\text{Volumen} = (12u)^2 \cdot (8u)$$

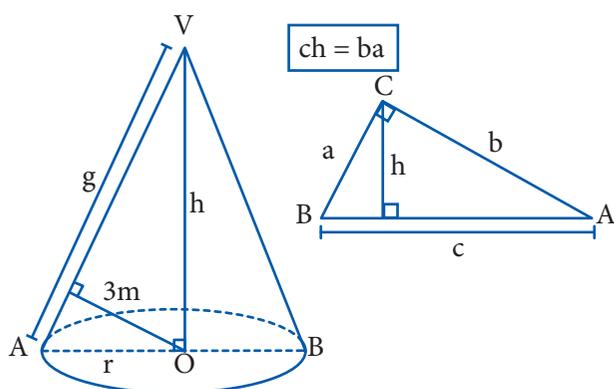
$$\text{Volumen} = 1152 u^3$$

- Calcula el área de la superficie lateral, total y volumen en una pirámide cuadrangular regular cuya arista básica mide 2u y la altura mide 2u.
- Calcula el área de la superficie lateral de un cono circular recto si su altura y generatriz miden 15u y 17u, respectivamente.
- Calcula el volumen de un tronco de cono determinado por un plano perpendicular a la altura, trazado a una distancia de 3u desde el vértice y cuya área de la base del cono circular recto es de $64\pi u^2$, además; la altura del cono es de 12u.
- Calcula el área de la superficie lateral de un cono circular recto si su volumen es $10 m^3$ y la distancia del centro de su base a su generatriz es 3m.

Resolución:

$$\text{Piden } S_L = \pi r g \dots (1)$$

Recordamos



En el problema:

$$rh = 3g \Rightarrow g = \frac{rh}{3} \text{ y reemplazamos en (1)}$$

$$S_L = \pi r \left(\frac{rh}{3} \right) = \frac{\pi r^2 h}{3} \dots (2)$$

$$\text{Dato: } V = 10 m^3$$

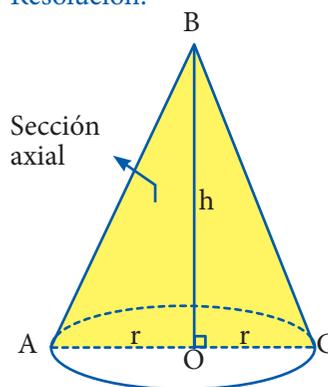
$$\frac{\pi R^2 h}{3} = 10$$

Finalmente en (2)

$$S_L = 10 m^2$$

- Calcula el área de la superficie lateral de un cono circular recto si su volumen es $12 m^3$ y la distancia del centro de su base a su generatriz es 4m.
- Calcula el volumen de una pirámide cuadrangular regular cuya arista básica mide 6u, siendo su área de la superficie lateral el quintuplo del área de la base.
- Calcula el volumen de un tronco de cono, si la altura y la generatriz miden 5u y 3u respectivamente; además, el desarrollo de la superficie lateral del tronco de cono circular recto es un trapecio circular cuya área $30\pi u^2$.
- Calcula el volumen de un cono de revolución si el área de la base es A_1 y el área de una sección axial es A_2 .

Resolución:



Datos:

$$A_1 = \pi r^2 \dots (1)$$

$$A_2 = \frac{(2r)h}{2} = rh$$

... (2)

Piden:

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

$$V = \frac{A_1 h}{3} \dots (3)$$

Calculando «h»

$$\text{La ec. (2) la elevamos al cuadrado } A_2^2 = r^2 h^2$$

Reemplazamos (1)

$$A_2^2 = \frac{A_1}{\pi} h^2 \Rightarrow h = A_2 \sqrt{\frac{\pi}{A_1}}$$

Finalmente en (3)

$$V = \frac{A_1}{3} A_2 \sqrt{\frac{\pi}{A_1}}$$

- Calcula el volumen de un cono de revolución si el área de la base es $9 m^2$ y el área de una sección axial es $4 m^2$.
- Calcula el volumen de la pirámide regular S-ABCD, si la base se encuentra inscrita en una circunferencia de radio R y cada arista lateral tiene una inclinación de 60° con el plano de la base.