ANÁLISIS COMBINATORIO II

1. Permutación con elementos repetidos

Es la selección de un número de elementos de un conjunto, cuando existen elementos que se repiten.

$$\boxed{P^{n}_{\alpha, \beta, \theta\ldots} = \frac{n!}{\alpha! \times \beta! \times \theta!\ldots}}$$

Donde α, β, θ, ... son las veces que se repite un elemento en un mismo grupo.

Ejemplo 1

¿Cuántas palabras diferentes se pueden formar con todas las letras de la palabra CARRETA, sin importar que las palabras tengan o no sentido?

Resolución:

CARRETA tiene 7 letras (7 elementos) donde la letra «A» se repite 2 veces y la letra «R» también se repite 2 veces, entonces, tenemos:

$$P^{7}_{2;\,2} = \frac{\overbrace{7!}^{\text{Total}}}{\underbrace{2!}_{\text{A}} \times \underbrace{2!}_{\text{R}}} = 1260$$

$\therefore$ Se pueden formar 1260 palabras diferentes.

Ejemplo 2

Federico tiene 7 banderas del mismo tamaño y modelo (2 blancas, 2 rojas y 3 azules). ¿Cuántas señales diferentes podrá hacer si las iza todas a la vez en un mismo mástil?

Resolución:

$$P^{7}_{2;\,2;\,3} = \frac{7!}{2! \times 2! \times 3!} = 210$$

$\therefore$ Podrá hacer 210 señales diferentes.

2. Variación

A la selección de un grupo de objetos de un conjunto, teniendo en cuenta el orden en el que estos son elegidos, se le denomina variación.

$$V^{n}_{m} = \frac{n!}{(n - m)!}$$

Donde: $0 < m \leq n$

Ejemplo 3

Siete amigos van al cine y solo encuentran una fila con 4 asientos. ¿De cuántas maneras se podrían sentar?

Resolución:

$$V^{7}_{4} = \frac{7!}{(7 - 4)!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times \cancel{3!}}{3!} = 840$$

$\therefore$ Se podrían sentar de 840 maneras.

3. Combinación

A la selección de un grupo de objetos de un conjunto, sin tener en cuenta el orden en el que estos son elegidos, se le denomina combinación.

$$\boxed{C^{n}_{m} = \frac{n!}{(n - m)! \times m!}}$$

Donde: $0 < m \leq n$

Ejemplo 4

¿De cuántas maneras diferentes se pueden seleccionar 2 alumnos de un total de 5 alumnos?

Resolución:

Seleccionar a María y a José es lo mismo que seleccionar a José y a María; nos damos cuenta que no interesa el orden en que estos personajes fueron seleccionados. Luego decimos:

$$C^{5}_{2} = \frac{5!}{(5 - 2)! \times 2!} = 10!$$

$\therefore$ Se pueden seleccionar de 10 maneras.

Ejemplo 5

Con las frutas: plátano, manzana, papaya y fresa, ¿cuántos jugos surtidos de 2 frutas se podrán preparar?

Resolución:

El jugo de papaya con plátano tiene el mismo sabor que el plátano con papaya, por lo tanto no interesa el orden en que han sido seleccionadas las frutas. Entonces, diremos:

$$C^{4}_{2} = \frac{4!}{(4 - 2)! \times 2!} = 6$$

$\therefore$ Se podrán preparar 6 jugos diferentes.

Trabajando en clase

Integral

1. Con todas las letras de la palabra CORREO, ¿cuántas palabras se pueden formar, sin importar su significado y pronunciación?

2. Ruperto tiene 2 banderolas azules, 3 amarillas y 4 verdes, ¿cuántas señales diferentes podrá hacer si la iza todas a la vez en un mismo mástil?

3. De mi grupo de 10 personas, ¿cuántos comités conformados por un presidente, un secretario y un tesorero se podrá formar?

PUCP

4. De un grupo de 12 personas, ¿cuántos comités de 3 integrantes se podrán formar?

Resolución:

$$C_3^{12} = \frac{12!}{(13-3)!\ 3!} = 220$$

Se podrán formar 220 comités.

5. De un grupo de 11 personas, ¿cuántos comités de 4 integrantes se podrán formar?

6. Calcula el valor de:

$$V_4^6 + V_3^7$$

7. ¿Cuántos productos diferentes pueden formarse con los números 2, 4, 5, 6, 7 y 9 tomados de cuatro en cuatro?

USMSM

8. Se tiene una fila con cinco asientos, ¿de cuántas maneras se podrán sentar a esa fila ocho personas?

Resolución:

$$V_5^8 = \frac{8!}{(8-5)!} = 6720$$

De 6720 maneras diferentes. Aquí interesa el orden.

9. Se tienen 8 bolitas numeradas del 1 al 8, ¿cuántos números de cuatro cifras se podrán formar?

10. Calcula:

$$V_4^8 + V_5^7$$

11. Se tiene los dígitos 2, 3, 4, 6, 7, 8 y 9, ¿cuántos números de cuatro cifras diferentes se podrá formar?

UNI

12. Con todas las letras de la palabra CARRETERA, ¿cuántas palabras se pueden formar, sin importar su significado y pronunciación?

Resolución:

$$V_{2,3,2}^9 = \frac{9!}{2!\ 3!\ 2!} = 15\,120$$

Se pueden formar 15 120 palabras distintas.

13. Con todas las letras de la palabra ALIBABA, ¿cuántas palabras se puden formar, sin importar su significado y pronunciación?

14. Con 15 puntos no colineales y coplanares, ¿cuántos triángulos como máximo se podrán formar?