



Materiales Educativos GRATIS

ARITMETICA

QUINTO

NÚMEROS RACIONALES

Fracción

Son aquellos números fraccionarios cuyos términos son positivos.

Ejemplos:

$$\frac{12}{13}, \frac{9}{4}, \frac{8}{3}, \frac{121}{41}$$

$$f: \frac{9}{4} \rightarrow \text{numerador}$$

$$f: \frac{9}{4} \rightarrow \text{denominador}$$

$$a \neq b; a \in \mathbb{Z}^+; b \in \mathbb{Z}^+$$

Clasificación

Detallaremos las más importantes.

Propia

Cuando es menor que la unidad.

$$f: \frac{a}{b} < 1; a < b$$

Ejemplos:

$$\frac{7}{12}, \frac{5}{31}, \frac{3}{4}$$

Impropia

Cuando es mayor que la unidad.

$$f: \frac{a}{b} > 1; a > b$$

Ejemplos:

$$\frac{4}{3}, \frac{9}{5}, \frac{220}{17}$$

Importante

Toda fracción impropia se puede expresar como fracción mixta.

Ejemplo:

$$\frac{9}{2} \Rightarrow \frac{9}{1} \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$$

Irreductible

Cuando sus términos son PESI.

$$f: \frac{a}{b}; a \text{ y } b \text{ son PESI; } \text{MCD}(a, b) = 1$$

Ejemplos:

$$\frac{8}{7}, \frac{15}{49}, \frac{13}{24}$$

Reducible

Cuando sus términos tienen más de un divisor común.

$$f: \frac{a}{b}; a \text{ y } b \text{ no son PESI; } \text{MCD}(a, b) \neq 1$$

Ejemplos:

$$\frac{16}{20}, \frac{4}{8}, \frac{6}{18}$$

Importante

$$\text{MCD}\left(\frac{a}{b}; \frac{c}{d}; \frac{e}{f}\right) = \frac{\text{MCD}(a,b,c)}{\text{MCM}(b,d,f)}$$

$$\text{MCM}\left(\frac{a}{b}; \frac{c}{d}; \frac{e}{f}\right) = \frac{\text{MCD}(a,c,e)}{\text{MCM}(b,d,f)}$$

Número decimal

Son aquellos números que resultan de dividir los términos de una fracción.

Ejemplos:

$$\frac{47}{4} = 11,75$$

$$\frac{1}{3} = 0,333\dots$$

Decimal exacto

Ejemplo:

$$\diamond 0,24 = \frac{24}{100} = \frac{6}{25}$$

$$\diamond 1,25 = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$$

► Decimal inexacto

❖ Decimal periódico puro

Ejemplos:

$$0,\overline{135} = \frac{135}{999} = \frac{5}{37}$$

$$1,\overline{24} = \frac{124-1}{99} = \frac{123}{99} = \frac{41}{33}$$

❖ Decimal periódico mixto

Ejemplos:

$$0,4166\dots = 0,41\overline{6} = \frac{416-41}{900} = \frac{375}{900} = \frac{5}{12}$$

$$2,1\overline{34} = \frac{2134-21}{990} = \frac{2113}{990}$$

Trabajando en clase

Integral

1. ¿Cuál es la fracción que dividida por su inversa, da por cociente $\frac{841}{1369}$?
2. ¿Cuál es la fracción irreducible de denominador 180 que está comprendido entre $\frac{1}{9}$ y $\frac{1}{10}$?
3. ¿Cuántas fracciones propias de la forma $\frac{\overline{ab}}{75}$ son irreducibles?

PUCP

4. Un caño A puede llenar un depósito en 4 h; un caño B lo puede hacer en 6 h y otro caño C, en 8 h. Si se abren los caños A y B durante 1 h, luego se cierra el caño A y se abre el caño C hasta llenar el depósito, ¿cuánto tiempo se emplea en total para llenar el depósito?

PUCP 2013-II

Resolución:

	c/hora llena
Caño A: 4 h	→ 1/4
Caño B: 6 h	→ 1/6
Caño C: 8h	→ 1/8

Caños A y B en 1 hora:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$$

Caños B y C en «x» horas:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{7}{24}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{5}{12}\right) \cdot 1 + \left(\frac{7}{24}\right) \cdot x = 1 \leftarrow \text{«tanque lleno»}$$

$$10 + 7x = 24$$

$$x = 2$$

$$\therefore \text{total} = 1 + 2 = 3 \text{ h.}$$

5. Un caño A puede llenar un caño en 8 h, un caño B lo puede hacer en 4 h y otro caño C, en 6 h. Si se abren los caños A y C durante 2 h, luego se cierra A y se abre B hasta llenar el depósito, ¿cuánto tiempo se emplea en total para llenar el depósito?

6. ¿Cuántos números enteros mayores que 25 cumplen con la condición de que dos más la quinta parte del número sea mayor que la cuarta parte de dicho número?

PUCP 2010-II

7. Si a una cierta fracción le sumamos 1, tanto al numerador como al denominador, se obtiene la fracción $\frac{4}{7}$; restando 1, tanto al denominador como al numerador, se forma la fracción $\frac{5}{9}$. ¿Cuál es la fracción?

PUCP 2013-II

UNMSM

8. ¿Cuántas fracciones propias, comprendidas entre $\frac{18}{23}$ y $\frac{77}{83}$, son tales que sus términos son pares consecutivos?

Resolución:

Sea la fracción de la forma: $f = \frac{n}{n+2}$

$$\frac{18}{23} < \frac{n}{n+2} < \frac{77}{83}$$

Por la izquierda:

$$18n + 36 < 23n$$

$$7,2 < n$$

Por la derecha:

$$83n < 77n + 154$$

$$6n < 154$$

$$n < 25,6$$

Luego: $7,2 < n < 25,6$
 $n(\text{par}) = 2 \rightarrow 8; 10; 12; \dots; 24$

9 valores

\therefore hay 9 fracciones

9. ¿Cuántas fracciones propias irreducibles, comprendidas entre $3/5$ y $4/5$, son tales que la diferencia de sus términos es 8?

10. Sean «a, b» enteros positivos que satisfacen:

$$\frac{a}{11} + \frac{b}{3} = 0,969696\dots$$

halla «a + b».

UNMSM 2012-II

11. Tres reglas de un metro de longitud cada una, están uniformemente graduadas cada $8/15$; $20/33$ y $22/9$ mm respectivamente. Si se les hace coincidir por primera vez en la marca cero, ¿a qué distancia de la marca cero coincidirán sus marcas por séptima vez?

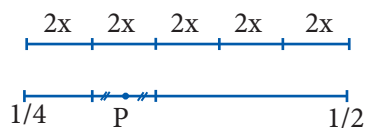
UNMSM 2011-I

UNI

12. El intervalo $[1/4; 1/2]$ es dividido en 5 intervalos iguales más pequeños, y la fracción irreducible P se encuentra en el punto medio del segundo de estos. Halla la suma del numerador y denominador de P.

UNI 2010-II

Resolución:



$$2 = \frac{1/2 - 1/4}{5} \rightarrow x = \frac{1}{40}$$

$$P = \frac{1}{4} + 3x = \frac{1}{4} + 3\left(\frac{1}{40}\right)$$

$$P = \frac{13}{40}$$

$$\therefore 13 + 40 = 53.$$

13. El intervalo $[1/6; 1/3]$ es dividido en 6 intervalos iguales más pequeños, y la fracción irreducible «f» se encuentra en el punto medio del segundo de estos. Halla la diferencia de sus términos de dicha fracción.
14. Ana, Bertha y Claudia pueden hacer una obra en 10; 8 y 5 horas respectivamente. Si ellas realizaron $7/8$ de la obra anterior del siguiente modo: primero Ana trabajó sola durante $1 \frac{1}{2}$ horas, luego se le unió Bertha por $2 \frac{1}{2}$ horas y, finalmente, Ana fue reemplazada por Claudia hasta cumplir el trabajo. ¿En cuántas horas realizaron dicho trabajo?