Materiales Educativos GRATIS

ARITMETICA

SEGUNDO

NÚMERO TOTAL DE DIVISORES DE UN NÚMERO

Número total de divisores de un número

Para determinar el total de divisores de un número, se aumenta en 1 a los exponentes de sus factores primos y se calcula el producto de los exponentes así modificado.

Ejemplo 1

- Determina el número de divisores de 40.

  Resolución

  Descomponemos el 40 en sus factores primos:

  $40 = 2^3 \times 5^1$

$$\begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} CD = (3+1)(1+1) \\ CD = 4 \times 2 \\ \therefore\ CD = 8 \end{array}$$

Ejemplo 2

- Determina el número de divisores de 180.

  Resolución:

  Descomponemos 180 en sus factores primos.

  $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5^1$

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} CD = (2+1)(2+1)(1+1) \\ CD = 3 \times 3 \times 2 \\ \therefore\ CD = 18 \end{array}$$

Generalizando

Si un número N se factoriza en sus factores primos, quedaría representado de la siguiente manera:

$$\boxed{N = a^x \times b^y \times c^x}$$

Donde:

a, b, c son los factores primos

x, y, z son los exponentes de cada factor primo.

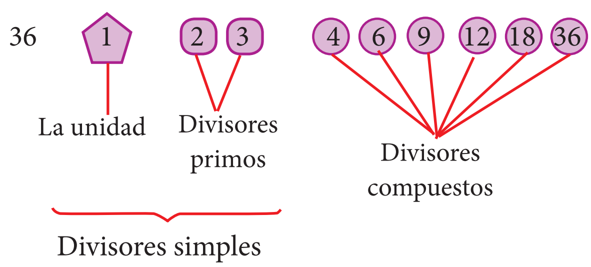
El número de divisores del número N está dado por la siguiente fórmula:

$$\boxed{\text{Número de divisores: } (x+1)(y+1)(z+1)}$$

Con respecto a los divisores, debemos tener presente lo siguiente:

- **Divisores simples**: Son todos aquellos divisores que a la vez son números primos, a excepción de la unidad.
- **Divisores compuestos**: Son aquellos números que no son primos ni la unidad.
- **Divisores propios**: Son todos los divisores de un número, excepto el mismo número.

Para un mejor analísis, coloquemos los divisores de 36.



De donde se desprende lo siguiente:

$$\boxed{CD_{(N)} = CD_{primos} + CD_{compuestos} + 1}$$

Obviamente, el 1 de la expresión es el divisor especial. Además, debemos tener en consideración:

$$\boxed{\begin{array}{c} CD_{(N)} = CD_{primos} + CD_{compuestos} + 1 \\ CD_{propios} = CD_{(N)} - 1 \\ CD_{primos} = CD_{simples} - 1 \end{array}}$$

Trabajando en clase

Integral

1. ¿Cuántos divisores simples tiene 350?

2. Calcula A + B
A = divisores primos de 4900
B = divisores compuestos de 12100

3. Determina el número de divisores de 2250

PUCP

4. Si $45^n \times 21$ tiene 144 divisores, calcula el valor de «n».
Resolución:
Primero se realiza la descomposición canónica del número:
$45^n \times 21 = 3^{(2n+1)} \times 5^n \times 7$
$CD_{totales} = (2n+2)(n+1)(1+1) = 144$
$(n+1)^2\, 4 = 144$
$(n+1)^2 = 36$
$n + 1 = 6$
$n = 5$

5. Si $35^n \times 9$ tiene 147 divisores, calcula el valor de «n».

6. Calcula la suma de los divisores primos de 660.

7. ¿Cuántos divisores compuestos tiene A × B?
$A = 3^5 \times 7$
$B = 2^3 \times 7^2$

UNMSM

8. ¿Cuántos divisores más tiene el número 540 que 220?
Resolución:
Primero realizamos la D. C. de cada número:
$540 = 2^2\, 3^3\, 5$
$CD(220) = (2+1)(1+1)(1+1)$
$3 \times 2 \times 2 = 12$
Nos piden:
$$24 - 12 = 12$$

9. ¿Cuántos divisores más tiene el número 360 que 143?

10. Calcula los divisores primos, compuestos y simples del número 720 y da como respuesta la suma de ellos.

11. ¿Cuántos divisores múltiplos de 3 tiene 882?

UNI

12. Si A tiene 19 divisores compuestos, calcula «k»
$$A = 4^{k+1} + 4^k$$
Resolución:
$4^k(4+1)$
$2^{2k} \times 5$
$CD_{compuestos} = CD_{totales} - CD_{simples}$
$19 = (2k+1)(1+1) - 3$
$19 = (2k+1)(2) - 3$
$22 = (2k+1)2$

13. Si A tiene 28 divisores compuestos, calcula «n».
$$A = 3^{n+2} + 3^n$$

14. Si M tiene 25 divisores más que N, calcula «x»
$M = 36^x$
$N = 24^x$