NOCIÓN DE CONJUNTO

NOCIÓN DE CONJUNTO

Entenderemos por conjunto a la reunión, agrupación, colección o familia de integrantes homogéneos o heterogéneos, que reciben el nombre de elementos del conjunto.

DETERMINACIÓN DE CONJUNTOS

Un conjunto queda determinado cuando es posible decidir si un objeto dado pertenece o no al conjunto. Para determinar conjuntos se puede proceder:

1. Por extensión

Cuando se mencionan uno a uno todos los elementos del conjunto, por ejemplo:

A = {Brasil, Argentina, Uruguay}

B = {0; 1; 2; 3}

2. Por comprensión

Cuando se enuncia una propiedad o característica común que cumplen sus elementos, por ejemplo:

A = {x/x es un país sudamericano que ha ganado un campeonato mundial de fútbol}

B = {x/x es un número natural menor o igual que 3}

RELACIÓN DE PERTENENCIA

Si un objeto «x» es elemento de un conjunto «A», escribiremos $x \in A$, lo que se lee: «x» pertenece al conjunto «A». En caso contrario, escribiremos $x \notin A$, lo que se lee: «x» no pertenece al conjunto «A».

Ejemplo:

Si: A = {2; 5; 8; 9}, entonces $2 \in A$ y $3 \notin A$

> El símbolo $\in$ denota una relación de elemento a conjunto.

RELACIONES ENTRE CONJUNTOS

Dados los conjuntos «A» y «B», diremos que «A» es subconjunto de «B» o que «A» está incluido en «B», si cada elemento de «A» es también un elemento de «B». Se denota: $A \subset B$.

Simbólicamente:

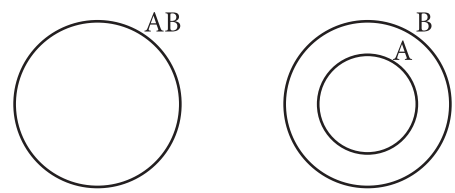
$$A \subset B \Leftrightarrow \forall x : x \in A \rightarrow x \in B$$

Esto significa: «A» está incluido en «B» si y solo si para todo «x», si «x» pertenece a «A», entonces «x» pertenece a «B».

> El símbolo $\subset$ denota una relación de conjunto a conjunto.

Observación

Representación gráfica de $A \subset B$:



$A = B$ $\qquad$ $A \subset B$

(«A» es subconjunto propio de «B»)

Dos conjuntos son iguales, si tienen los mismos elementos. Usando la relación de inclusión se tiene que:

$$A = B \Leftrightarrow A \subset B \wedge B \subset A$$

Ejemplo:

Si: A = {0; 1; 2} y

B = {x/x es un número natural menor que 3},

entonces:

$$A = B$$

CONJUNTOS ESPECIALES

1. Conjunto vacío

Es aquel que carece de elementos. Se le representa por «∅» ó { }.

Por ejemplo: $A = \{x/x; \in \mathbb{N}\ 4 < x < 5\}$

Nota:

El conjunto vacío se considera subconjunto de todo conjunto. Simbólicamente, $\forall A, \varnothing \subset A$.

2. Conjunto unitario

Es aquel conjunto que tiene un solo elemento.

Ejemplos:

$A = \{5; 5; 5; 5; 5; 5\}$

$B = \{x/x \in \mathbb{Z} \wedge -5 < x < -3\} \Rightarrow B = \{-4\}$

3. Conjunto universal

Es un conjunto que contiene todos los elementos de determinado contexto. Se denomina UNIVERSO (U). Existen muchos universos posibles.

4. Conjunto potencia

Se llama así a aquel conjunto que tiene por elementos a todos los subconjuntos de un conjunto dado, por ejemplo:

Dado:

$$A = \{m, n, p\}$$

Luego su conjunto potencial, que se denota por P(A), será:

$P(A)=\{\{m\},\{n\},\{p\},\{m,n\},\{m,p\},\{n,p\},\{m,n,p\},\varnothing\}$

El número de elementos del conjunto potencia se puede determinar en la siguiente relación:

$$n[P(A)] = 2^{n(A)}$$

Donde: n(A) es el número de elementos del conjunto «A».

4. Observación:

1. Al número de elementos diferentes de un conjunto se le llama también **cardinal** del conjunto.
2. Se demora **conjuntos disjuntos,** a aquellos que no tienen elementos comunes, por ejemplo:
   $A = \{1; 2; 3; 4\}$ y $B = \{13; 14; 15\}\}$
3. Todo conjunto tiene **subconjuntos**, y la cantidad de estos está dada por la siguiente relación:
   Número de subconjuntos $= 2^{n(A)}$
4. Se llama **subconjunto propio**, a todos los subconjuntos de un conjunto dado; excepto al que es igual al conjunto.
   Número de subconjuntos propios $= 2^{n(A)} - 1$

Trabajando en clase

Integral

1. Según el siguiente conjunto:

$$D = \{2; 3; \{5\}; 8; \{7\}\}$$

Determina el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- $2 \notin D$
- $3 \subset D$
- $\{3\} \subset D$
- $5 \in D$
- $3; \{5\} \in D$
- $\{\{7\}\} \subset D$
- $8 \in D$
- $\{8\} \subset D$
- $\varnothing \subset D$

2. Determina los siguientes conjuntos por extensión y da como respuesta:

$$n(A) + n(B)$$

$A = \{2x - 1/x \in \mathbb{N}; 1 \leq x \leq 7\}$

$B = \{(2x - 1) \in \mathbb{N}/1 \leq x \leq 7\}$

3. Halla la suma de elementos del siguiente conjunto:

$$A = \{2x + 1/x \in \mathbb{Z} \wedge -3 \leq x \leq 3\}$$

PUCP

4. Si los conjuntos «A» y «B» son iguales, halla «m + n»

$A = \{2n + 2; -6\}$

$B = \{3 - m; 10\}$

Resolución:

- $2n + 2 = 10$
  $2n = 8$
  $n = 4$
- $3 - m = -6$
  $9 = m$

$\therefore 9 + 4 = 13$

5. Si los conjuntos «C» y «G» son iguales, hallar

«m + p» (m y p $\in \mathbb{N}$)

$C = \{10; m^2 - 3\}$

$G = \{13; p^2 - 15\}$

6. Calcula el cardinal de

$M = \{(2x + 3) \in \mathbb{N}/2 \leq x \leq 6\}$

7. Halla: n(B) + n(C).

$B = \{2x/x \in \mathbb{N}; x < 9\}$

$C = \{(x + 1) \in \mathbb{Z}/-1 \leq x \leq 5\}$

UNMSM

8. Dado el conjunto B = {P; a; m; e; r}, determina cuántos subconjuntos tiene «B».

Resolución:

$B = \{P; a; m; e; r\} \rightarrow n(B) = 5$

$\therefore$ #subconjunto $= 2^{n(B)}$

$= 2^5 = 32$

9. Si el conjunto C = {2; 4; 6; 4; 3; 2; 1}, ¿cuántos subconjuntos tiene «C»?

10. Si $A = \{1; 5; 5; 2; 5; 7; 2\}$

$B = \{6; 6; 4; 3; 5; 3; 2\}$

calcula: $n[P_{(A)}] + n[P_{(B)}]$

11. Dado el siguiente conjunto V, calcula la suma de sus elementos.

$$V = \{x/x \in \mathbb{N};\ 2 < \frac{x}{5} < 3\}$$

UNI

12. Calcula (a + x) si el conjunto mostrado es singleton:

$$x \in \mathbb{Z}^+;\ S = \{2^a; 16; x^4\}$$

Resolución:

$S = \{2^a; 16; x^4\}$ es singleton; quiere decir unitario, entonces, tenemos

$2^a = 16 \quad \wedge \quad 16 = x^4$

$a = 4 \quad\quad\quad 2 = x$

$\therefore\ 2 + 4 = 6$

13. Determina (x + y) si el conjunto mostrado es singleton; «x», «y» son enteros positivos.

$$W = \{x^2 - 1; 35; y^3 + 8\}$$

14. Calcula n(A).

$$A = \{x \in \mathbb{N}/2 < \frac{3x + 2}{5} < 6\}$$