



Materiales Educativos GRATIS

ARITMETICA

SEGUNDO

MÁXIMO COMÚN DIVISOR Y MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

Máximo común divisor (MCD)

Es el mayor número entero positivo que divide exactamente a un conjunto de números enteros positivos.

Observa con atención:

Num.	Divisores
24	1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 24
48	1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 24 ; 48
36	1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 9 ; 12 ; 18 ; 36

Los divisores comunes de:

$$24; 42 \text{ y } 36 \Rightarrow 1; 2; 3; 4; 6 \text{ y } 12.$$

El MCD es 12.

Los divisores de 12 son $\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ y } 12 \\ 2 \text{ y } 6 \\ 3 \text{ y } 4 \end{array} \right.$

Son los divisores comunes de 24; 48 y 36

Mínimo común múltiplo (MCM)

Es el menor número entero positivo que es múltiplo común de un conjunto de número también enteros positivos.

Num.	Múltiplos positivos
15	15; 30; 45; 60; 75; ...; 120; ...; 180
10	10; 20; 30; 40; 50; 60; 70; ...; 120; ...; 180
20	20; 40; 60; 80; ...; 120; ...; 180

Los múltiplos comunes son: 60, 120; 180; ...

El MCM es 60.

Método de cálculo

1. Mediante descomposición simultánea

- ❖ Para calcular el MCD de un conjunto de números enteros positivos, se extraen todos los

factores primos comunes, luego se multiplican dichos factores primos.

Ejemplo:

Calcula el MCD de 60; 80 y 140.

60	80	140	2	} Factores primos comunes
30	40	70	2	
15	20	35	5	
3	4	7		

PESI

$$\text{MCD} = 2 \times 5 = 20$$

- ❖ Para obtener el MCM de un conjunto de números enteros positivos, extraemos los factores primos comunes y no comunes hasta obtener la unidad en cada caso.

Ejemplo:

Calcula el MCM de 60; 80 y 140

60	80	140	2
30	40	70	2
15	20	35	2
15	10	35	2
15	5	35	5
5	5	7	5
1	1	7	7
1	1	1	1

$$\text{MCM} = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 1680$$

2. Mediante la descomposición canónica

Luego de realizar la descomposición canónica de cada número:

- ❖ El MCD se obtiene al multiplicar los factores primos comunes elevados en sus menores exponentes.
- ❖ El MCM se obtiene multiplicando los factores primos comunes y no comunes elevados en su mayores exponentes.

100	2
50	2
25	5
5	5
1	

180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$$\left\{ \begin{array}{l} 100 = 2^2 \times 5^2 \\ 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \\ 120 = 2^3 \times 3 \times 5 \end{array} \right.$$

$$\text{MCD} = 2^2 \times 5 = 20$$

Producto de los factores primos comunes elevados a sus menores exponentes.

$$\text{MCM} = 2^3 \times 5^2 \times 3^2 = 1800$$

Producto de los factores primos comunes y no comunes elevados a sus mayores exponentes.

Trabajando en clase

Integral

- Calcula: $A + B$.
Si $A = \text{MCD}(50; 40)$ y $B = \text{MCM}(70; 30)$
- Calcula el $\text{MCD}(A; B; C)$ y da como respuesta la suma de sus cifras.
 $A = 4 \times 6 \times 15$
 $B = 8 \times 18 \times 21$
 $C = 2 \times 12 \times 33$
- Calcula el MCD y el MCM de A y B .
 $A = 2^4 \times 3^2 \times 5^6$ y $B = 2 \times 3^3 \times 7 \times 11$

PUCP

- ¿Cuál es el mayor número que divide exactamente a 50 y 165?
Resolución:
 $50: 25 \times 2$
 $165: 3 \times 5 \times 11$
Piden $\text{MCD} = 5$
 $\therefore \text{MCD}(50; 165) = 5$
- ¿Cuál es el mayor número que divide a 60 y 180?
- Si el $\text{MCM}(3A; 2A) = 36$, calcula: $\frac{\sqrt{6A}}{2}$

- Si $\text{MCD}(17A; 23A) = 16$

Calcula:

$$\frac{\sqrt{A} + \sqrt{36}}{5}$$

UNMSM

- Si $\text{MCM}(69P; 18Q; 24R) = 90$

Determina: $\text{MCM}(9P; 3Q; 4R)$

Resolución:

$$\text{MCM}\left(\frac{36P}{6}; \frac{18Q}{6}; \frac{24R}{6}\right) = \frac{90}{6}$$

$$\Rightarrow \text{MCM}(6P; 3Q; 4R) = 15$$

- Si $\text{MCD}(90A; 225B) = 360$

Calcula: $\text{MCD}(2A; 5B)$

- Si en los números:

$$A = 2^{10} \times 3^6 \times 5^4 \times 7 \times 11^2$$

$$B = 2^8 \times 3^8 \times 5^3 \times 7^4 \times 11^3$$

Se cumple que:

$$\text{MCD}(A; B) = 2^C \times 3^E \times 5^S \times 7^A \times 11^R$$

Calcula: $C + E + S + A + R$

11. Si el $\text{MCM}(2k; 8k; 12k) = 72$
Calcula el valor de «k»

UNI

12. Calcula «n» si A y B poseen 20 divisores comunes.

$$A = 12^n \times 10$$

$$B = 10^n \times 12$$

Resolución:

$$A = 12^n \times 10 = 2^{2n+1} \times 3^n \times 5$$

$$B = 10^n \times 12 = 2^{n+2} \times 3 \times 5^n$$

$$\text{MCD} = 20 \Rightarrow 2^{n+2} \times 3 \times 5$$

$$20 = (n+3)(2)(2)$$

$$5 = n + 3$$

$$2 = n$$

13. Determina el valor de «n» si el MCM de A y B tiene 352 divisores:

$$A = 72^n \times 750$$

$$B = 4 \times 90^n$$

14. Determina el valor de

$$(a + b + c)^2$$

$$\text{Si: } 2^a 5^b 11^c = 5500$$