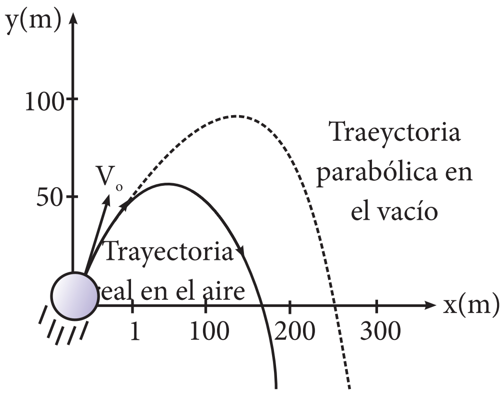
MOVIMIENTO PARABÓLICO DE CAÍDA LIBRE (M.P.C.L.)



La figura es una simulación por computador de la trayectoria de una pelota con V_o = 50 m/s, a = 53º, sin resistencia del aire y con una resistencia proporcional al cuadrado de la rapidez de la pelota.

- Esta aproximación es razonable siempre que el intervalo de movimiento sea pequeño, comparado con el radio de la tierra (6,4.10^6 m). En efecto, esta aproximación es equivalente a suponer que la tierra es plana a lo largo del intervalo del movimiento considerado.

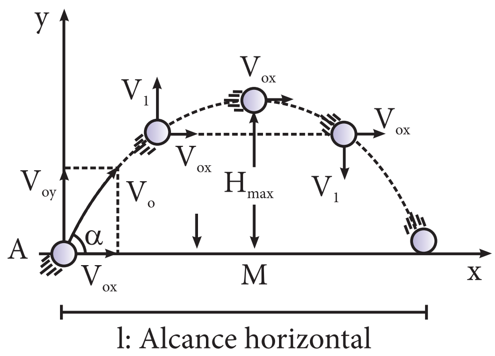
Con esta suposición, encontramos que la curva que describe un proyectil (partícula), que llamaremos su trayectoria, siempre es una parábola.

Tener en cuenta:

Para un proyectil de largo alcance, tal como el mostrado en la figura, donde todos los vectores señalan hacia el centro de la tierra y varían con la altura, la trayectoria es un arco de elipse, como se estudiará más adelante.

Si tenemos en cuenta la resistencia del aire, la trayectoria deja de ser parabólica y el alcance disminuye.

Para analizar el M.P.C.L. se proyecta tal movimiento en la dirección vertical y en la dirección horizontal.



Al proyectar se observa que:

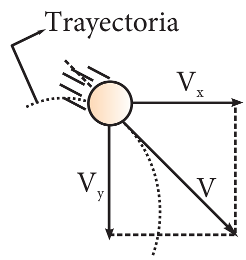
1. **En el eje x:**
   No existe aceleración, entonces en esta dirección la velocidad Vox se mantiene constante, por lo tanto el móvil desarrollada un M.R.U.
2. **En el eje y:**
   En esta dirección la velocidad Vy experimenta cambios de manera uniforme debido a la aceleración de la gravedad ($\vec{g}$), por lo tanto, el móvil experimenta en esta proyección un M.V.C.L.

Observación:

Si bien el análisis se hace independientemente en cada eje, esto ocurre simultáneamente, es decir, los intervalos de tiempo que transcurren para cada dirección son iguales.

Si quisiéramos determina la rapidez de la pelota después de ser lanzada, tendría que usarse el teorema de Pitágoras.

Por ejemplo, en el instante mostrado, Vx y Vy son respectivamente perpendiculares, luego:



$$\boxed{V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}}$$

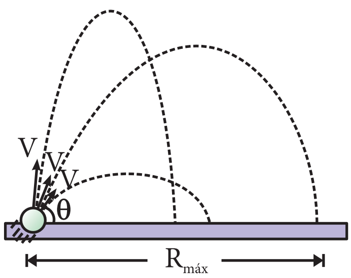
- Para el movimiento horizontal:

$$d_x = v_x \cdot t$$

- Para el movimiento vertical:

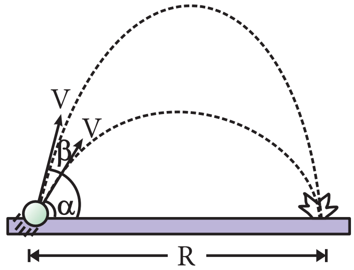
$$V_f = V_{0y} \pm gt$$
$$V_f^2 = V_0^2 \pm 2gH$$
$$H = V_{0y}t \pm \frac{1}{2}gt^2$$
$$H = \left(\frac{V_{0y} + V_{fy}}{2}\right)t$$

- Para una rapidez fija de lanzamiento, se logra máximo alcance horizontal cuando el ángulo de lanzamiento es de 45º.



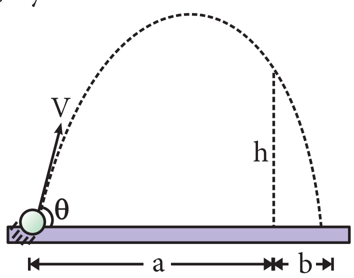
$$\boxed{\theta = 45º}$$

- Al disparar un proyectil dos veces con la misma rapidez, pero con ángulos de elevación complementarios, se logra igual alcance horizontal.



$$\boxed{\alpha + \beta = 90º}$$

- Podemos determinar si conocemos la relación entre h, a y b.



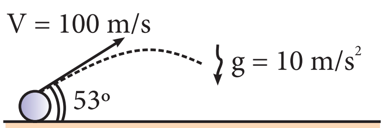
$$\boxed{\frac{\tan\theta}{h} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$$

Trabajando en clase

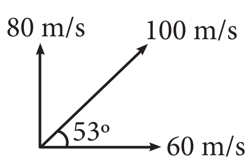
Integral

1. A partir del siguiente gráfico determina:
- La máxima altura alcanzada
- El tiempo que demora para lograr esa altura

Desprecie la resistencia del aire



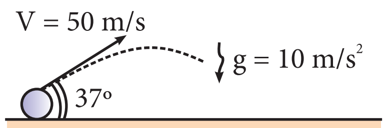
Resolución:



$$h_{máx} = \frac{80^2}{2.10} = 320m$$

$$t_s = \frac{80}{10} = 8s$$

2. Si se desprecia la resistencia del aire, determina:
- La máxima altura alcanzada.
- El tiempo que demora para lograr esa altura.

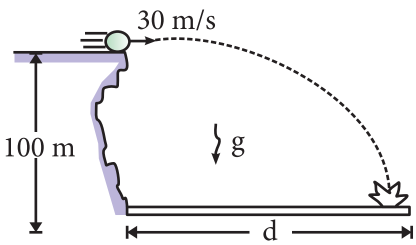


3. Una bomba es soltada desde un avión que se mueve horizontalmente con M.R.U. con V = 50 m/s. Si el avión está a una altura de 2000 m y se desprecia la resistencia del aire, ¿qué tiempo demora la bomba en estallar contra el piso y que distancia horizontal recorrió la bomba? ($g = 10\ m/s^2$)

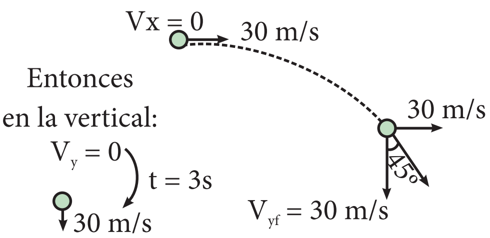
4. De un movimiento parabólico de caída libre se sabe que el tiempo de vuelo es de 6 s. ¿Cuál es la máxima altura que logrará?. ($g = 10\ m/s^2$)

UNMSM

5. A partir de la siguiente figura, determina el tiempo de vuelo en que la velocidad del proyectil forma un ángulo de 45º con la vertical si se desprecia la resistencia del aire. ($g = 10\ m/s^2$)

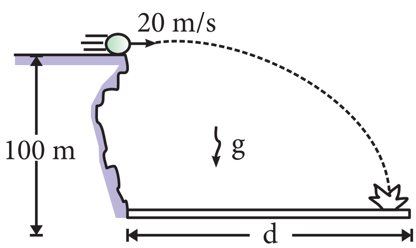


Resolución:



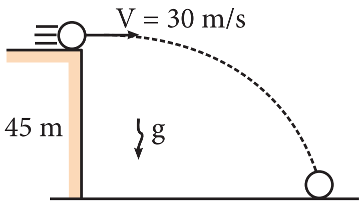
$\therefore\ t_{vuelo} = 3s$

6. A partir de la siguiente figura, determina el tiempo de vuelo en que la velocidad del proyectil forma un ángulo de 45º con la vertical si se desprecia la resistencia del aire. ($g = 10\ m/s^2$)

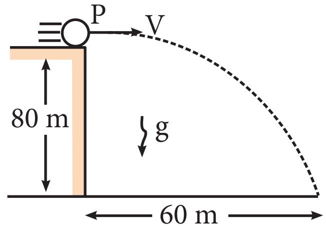


7. Determina con qué ángulo de elevación debe dispararse un proyectil para que su alcance sea el triple de su altura máxima. (Considere M.P.C.L.)

8. A partir del siguiente gráfico, calcule la rapidez con que el cuerpo llega a impactar con el piso si se desprecia la resistencia del aire. ($g = 10\ m/s^2$)



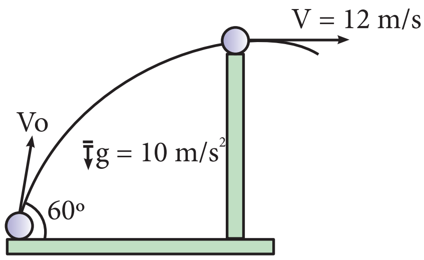
9. Si una piedra se lanza horizontalmente desde P, de modo que llega a Q con movimiento semiparabólico de caída libre, calcula la rapidez en P.



10. Un proyectil es lanzado con una rapidez de 10 m/s, formando un ángulo de 60º con la horizontal, ¿a qué distancia del lugar de lanzamiento caerá si se considera M.P.C.L.? ($g = 10\ m/s^2$)

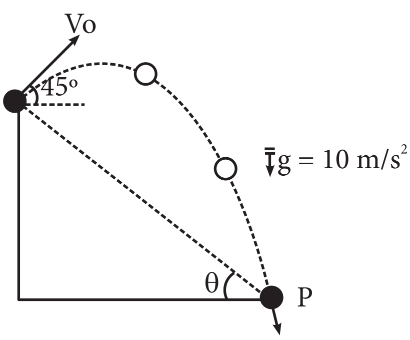
11. Un proyectil se mueve únicamente bajo la acción de la gravedad. Después de haber sido lanzado, formando un cierto ángulo con la horizontal, cuando alcanza su máxima altura se afirma que:

12. Un bloque es lanzado con un M.P.C.L. con un ángulo de inclinación de 60º tal como se muestra en la figura. Determina la rapidez mínima inicial para que el proyectil pase por la barrera con una velocidad horizontal de módulo 12 m/s.



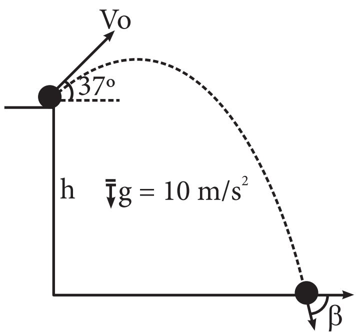
13. Un cañón dispara un proyectil con una rapidez de 1000 m/s, formando un ángulo de 53º con la horizontal. ¿A qué altura se encuentra el objetivo si horizontalmente se encuentra a 1000 m del cañón y se desprecia la resistencia del aire? ($g = 10\ m/s^2$)

14. La figura muestra un proyectil disparado con una rapidez (Vo) de 30 m/s, el cual impacta en P después de 10 s. Determina la tan si se desprecia la resistencia del aire.

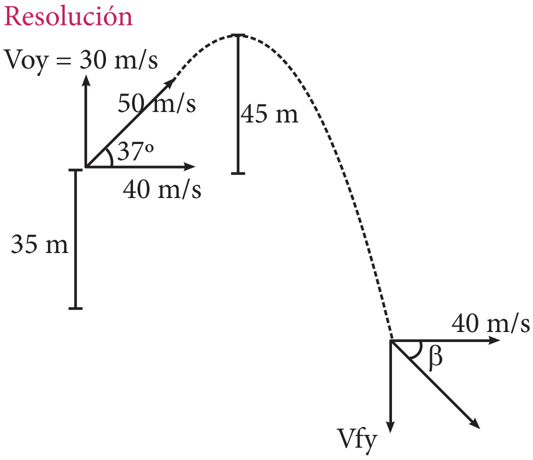


UNI

15. Desde el borde de un acantilado de 35 m de altura se dispara un proyectil con una rapidez de 50 m/s, con una ángulo de elevación de 37° respecto de la horizontal. Calcula la tangente del ángulo , que la velocidad del proyectil forma con la horizontal al momento de tocar el piso (Desprecie la resistencia del aire).



Resolución



En la vertical:

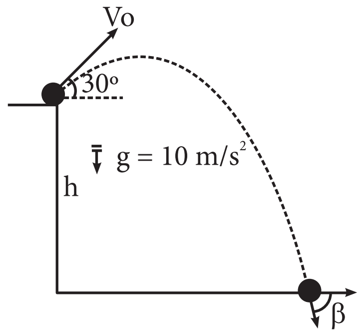
$\vec{V}_{fy} = \vec{V}_{oy} + \vec{g}t$

$V_{fy} = 30 - 107$

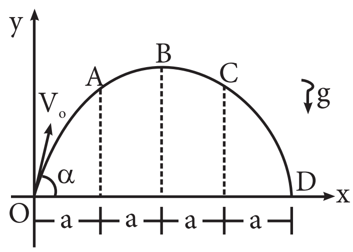
$V_{fy} = 40$ m/s

$\Rightarrow \beta = 45° \Rightarrow \tan\beta = 1$

16. Desde el borde de un acantilado de 50 m de altura se dispara un proyectil con una rapidez de 30 m/s, con un ángulo de elevación de 30° respecto de la horizontal. Calcula la tangente del ángulo , que la velocidad del proyectil hace con la horizontal al momento de tocar el piso. (Desprecia la resistencia del aire)



17. Una pelota es lanzada con rapidez inicial Vo haciendo un ángulo con la horizontal como se indica en la figura. Si no se considera la resistencia del aire, determina el tiempo que tarda la pelota en ir del punto A al punto C.



18. Se dispara un proyectil con una rapidez inicial de 20 m/s, con un ángulo de 45° con respecto a la horizontal. El proyectil pasa por dos puntos situados a una misma altura de 10 m, separados una cierta distancia d. Calcular en metros esta distancia si se desprecia la resistencia del aire. ($g = 10$ m/s^2)