



Materiales Educativos GRATIS

FISICA

QUINTO

MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE (MAS)

El estudio de las oscilaciones mecánicas es importante no solamente por su aplicación frecuente a la ingeniería, sino porque los resultados obtenidos también pueden ser usados para el estudio y aclaración de los fenómenos oscilatorios en otras ramas de la Física, tales como, por ejemplo, el estudio de las oscilaciones armónicas que experimentan los electrones en una antena de transmisión o el movimiento de las moléculas en torno a una posición de equilibrio en una red cristalina o el movimiento de las moléculas sobre la superficie libre de los líquidos luego de una perturbación.



Por lo expuesto, el MAS es de suma importancia ya que permite comprender algunos de los movimientos oscilatorios más complejos que se presentan en la naturaleza. Antes de entrar a analizar y describir el MAS, conoceremos algunos aspectos previos, como el movimiento oscilatorio y el movimiento periódico.

Movimiento oscilatorio



Se caracteriza porque el movimiento se repite, siguiendo la misma trayectoria en ida y vuelta. «Se experimenta un movimiento de vaivén». Por ejemplo, un reloj de péndulo, un columpio, etc.

Movimiento periódico

Es aquel que se repite regularmente en intervalos de tiempo iguales.

Por ejemplo, el movimiento rotacional de la tierra, el movimiento de las agujas del reloj, etc.

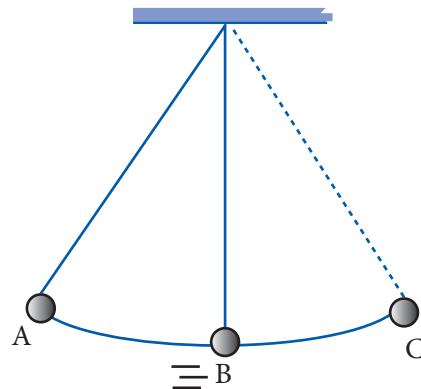


Movimiento armónico

Es aquel movimiento cuya posición está expresada en términos de seno y/o coseno. En la práctica, todo movimiento armónico es a la vez periódico.

Observaciones

Analicemos el movimiento de una esferita sujeta mediante un hilo, como se muestra:



La esferita oscila en torno de su posición más baja B.

Primera

La esfera completa una oscilación cuando desarrolla un movimiento completo, es decir, cuando va del extremo A hacia el extremo C y luego retorna al extremo inicial, A.

A → B: un cuarto de oscilación

A → C: media oscilación

A → C → A: una oscilación

Segunda

El tiempo que debe transcurrir para que se repita nuevamente el evento se denomina: «Periodo (T)».

Tercera

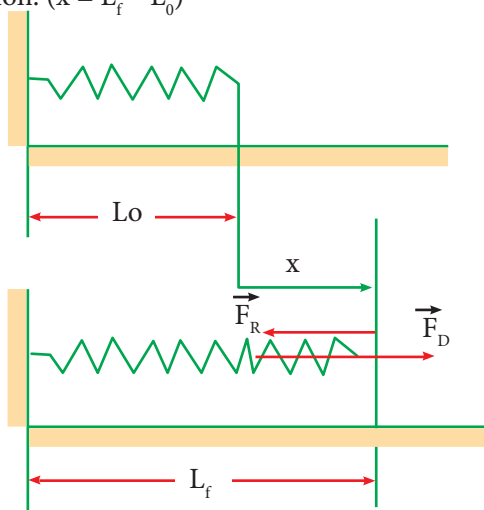
Un movimiento periódico no es necesariamente oscilatorio, y un movimiento oscilatorio no es necesariamente periódico.

Fuerza elástica

Estas fuerzas se generan cuando se deforma un cuerpo. Por lo general se distinguen:

a) Fuerza deformadora ($\vec{F}_D$)

Es aquella fuerza que produce la deformación del cuerpo, siempre tiene el sentido de la deformación. ($x = L_f - L_0$)



b) Fuerza recuperadora ($\vec{F}_R$)

Se genera en los cuerpos deformados. Si la deformación no supera el límite elástico, se cumple la Ley de Hooke.

$F_R(DP) \propto x$

$$K = \frac{F_R}{x} = \text{constante}$$

K: constante elástica del resorte (N/m)

x: deformación o elongación (m)

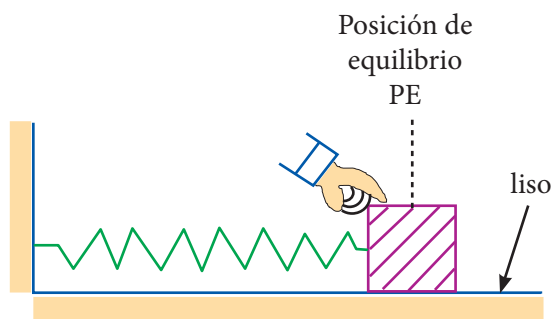
Luego, la fuerza recuperadora está dada por:

$$\vec{F}_R = -K\vec{x}$$

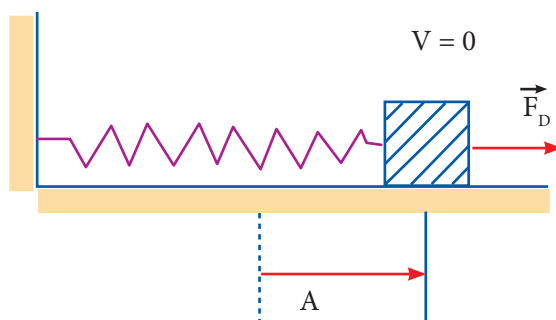
¿Qué es un movimiento armónico simple?

Es un movimiento oscilatorio y periódico en línea recta, en el cual se cumple la ley de Hooke.

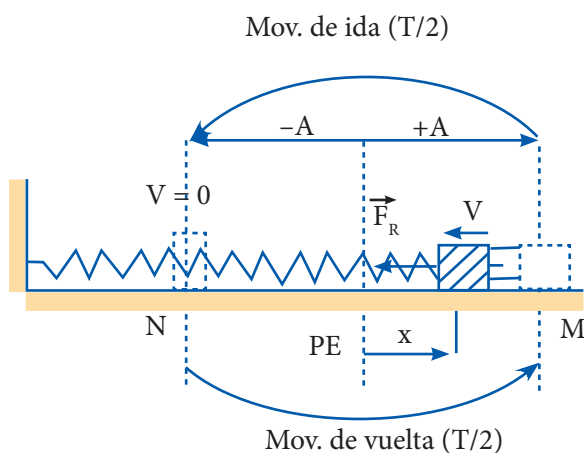
Por ejemplo, analicemos un bloque en reposo ligado a un resorte:



Lo alejamos una distancia (A) de su posición de equilibrio (PE), por medio de una fuerza deformadora ($\vec{F}_D$).



¿Qué movimiento desarrolla el bloque al dejar de aplicar la $\vec{F}_D$?



- El movimiento se repite cada «T» segundos. El bloque adquiere movimiento mecánico, debido a la acción de la fuerza recuperadora ($F_R = kx$, la cual disminuye a medida que el bloque se acerca a la PE).

Elementos del MAS

- $\vec{x}$: posición de la partícula respecto de la posición de equilibrio llamada también, «elongación».
- Amplitud (A): Máxima elongación.
- Periodo (T): Es el tiempo utilizado para dar una vibración u oscilación completa.
- Frecuencia (f): Es el número de vibraciones completas por unidad de tiempo.

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{Unidad: } s^{-1} = \text{hertz (Hz)}$$

- Frecuencia cíclica (ω)

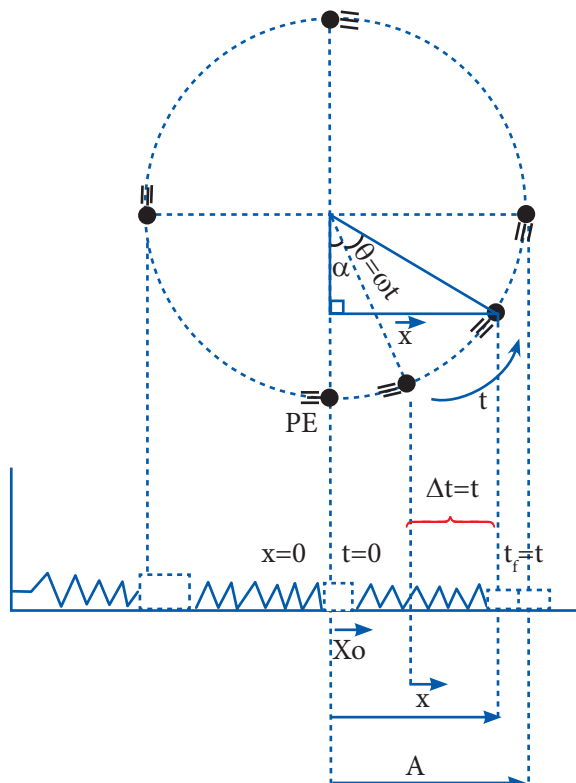
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

¿Por qué al MAS se le denomina armónico?

Se debe a que su movimiento está gobernado por funciones armónicas (seno o coseno).

Ecuaciones del MAS

Para obtener las ecuaciones del MAS, trabajaremos con la proyección horizontal de una partícula que experimenta un MCU, con el movimiento del bloque.



De $t_0 = 0$ a $t_f = t$, la partícula barre un ángulo « θ », y del MCU se tiene que:

$$\theta = \omega \cdot t$$

Ecuación de la posición

A partir del  se deduce lo siguiente:

$$x = A \text{Sen}(\omega t + \alpha)$$

(+): vector hacia la derecha

(-): vector hacia la izquierda

α : Fase inicial; su valor depende de las condiciones iniciales (posición y velocidad inicial).

Se expresa en «rad» en el SI

Ecuación de la velocidad

$$V_{(t)} = \pm \omega A \text{Cos}(\omega t + \alpha) \quad \dots \text{ (m/s)}$$

Esta ecuación nos permite calcular la velocidad del móvil en cualquier instante de tiempo.

También:

$$V = \omega A \sqrt{A^2 - x^2}$$

Esta ecuación solo nos permite conocer el módulo de la velocidad, conociendo la posición del móvil.

De esto se deduce:

$$V_{\text{máx.}} = \omega A \text{ (en la PE)}$$

$$V_{\text{mín.}} = 0 \text{ (en los extremos)}$$

Ecuación de la aceleración

$$a_{(t)} = \pm \omega^2 A \text{Sen}(\omega t + \alpha) \quad \dots \text{ (m/s}^2\text{)}$$

Para cualquier instante de tiempo.

De esto se deduce que:

$$\vec{a}_{(t)} = \pm \omega^2 \vec{x}$$

El signo (-) indica que «a» y «x» son de direcciones contrarias.

Luego, tenemos :

$$|\vec{a}_{(t)}| = \omega^2 x$$

- $|a_{\text{máx.}}| = \omega^2 A \dots$ (en los extremos)
- $|a_{\text{mín.}}| = 0 \dots$ (en la PE)

¿El periodo de oscilación, depende de la amplitud?

¡No! Depende de la masa y de la rigidez del resorte. El periodo (T) se evalúa así:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Recuerde lo siguiente:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

En el MAS, ¿la energía mecánica se conserva?

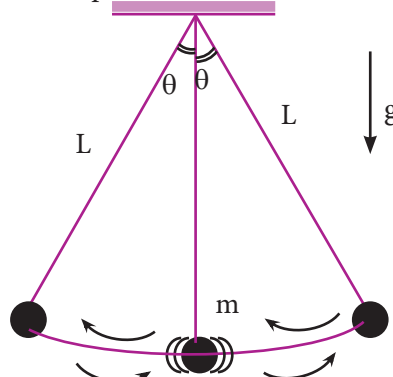
¡Sí! Porque la fuerza que mantiene el MAS es una fuerza conservativa (fuerza elástica). La energía mecánica del sistema masa-resorte de una MAS se evalúa así:

$$E_M = \underbrace{\frac{kx^2}{2}}_{\text{en cualquier posición}} + \underbrace{\frac{mV^2}{2}}_{\text{en un extremo}} = \underbrace{\frac{kA^2}{2}}_{\text{en la PE}} = \underbrace{\frac{mV_{\text{máx.}}^2}{2}}_{\text{en la PE}}$$

PÉNDULO SIMPLE

Consiste en una masa de dimensiones muy pequeñas, suspendida mediante un hilo inextensible y de peso

despreciable de un punto fijo. Al ángulo que forma el hilo con la vertical en la posición extrema se le denomina «amplitud de la oscilación».



Para el periodo del péndulo simple, se cumplen las siguientes leyes:

1. Es independiente de la masa.
2. Es independiente de la amplitud, si esta es pequeña ($\theta \leq 10^\circ$)
3. Es directamente proporcional a la raíz cuadrada de su longitud.
4. Es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la aceleración de la gravedad.
5. La expresión «bate segundos» indica que su periodo es 2 s.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_{\text{ef}}}} \dots (\text{s})$$

g_{ef} : módulo de la aceleración de la gravedad efectiva (m/s^2)

$$\vec{g}_{\text{ef}} = \vec{g} - \vec{a}$$

$\vec{a}$: aceleración local

Trabajando en clase

Integral

1. De la siguiente ecuación de la posición de un MAS

$$x = 50 \cdot \text{Sen}(3t + \pi/2) \text{ m}$$

Calcula el periodo de oscilación en segundos.

Resolución:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{3} \text{ s}$$

2. De la siguiente ecuación de la posición de un MAS

$$x = 30 \cdot \text{Sen}(5t + \pi/6) \text{ m}$$

Calcula el periodo de oscilación en segundos

3. De la siguiente ecuación de la posición de un MAS.

$$x = 20 \cdot \text{Sen}(4t + \pi/3) \text{ m}$$

Enuncia la ecuación de la velocidad.

4. Un cuerpo tiene un movimiento armónico simple, con amplitud de 12 cm y una frecuencia de 4 hertz. Calcula su velocidad máxima.

UNMSM

5. ¿Cuál es la longitud de un péndulo de periodo 6 s? ($g = \pi^2 \text{ m/s}^2$)

Resolución:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$6 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{\pi^2}}$$

$$L = 9 \text{ m}$$

6. ¿Cuál es la longitud de un péndulo de periodo 8 s? ($g = \pi^2 \text{ m/s}^2$)

7. ¿Cuál es la longitud de un péndulo que «bate» segundos en un lugar donde la aceleración de la gravedad es $\pi^2 \text{ m/s}^2$.

8. De la siguiente ecuación de la aceleración de un MAS:

$$a = 50 \cdot \text{Sen}(5t + \pi/6) \text{ m/s}^2$$

Calcula la velocidad máxima en m/s.

Resolución:

9. De la siguiente ecuación de la aceleración de un MAS:

$$a = 36 \cdot \text{Sen}(6t + \pi/6) \text{ m/s}^2$$

Calcula la velocidad máxima en m/s.

10. Un cuerpo tiene un movimiento armónico simple con amplitud 8 cm y una frecuencia de 6 hertz. Halla su máxima aceleración.

11. Un cuerpo que realiza MAS sigue la siguiente ecuación que define su velocidad en todo instante: $V = 16 \text{ Sen}4t$. Determina su aceleración luego haber transcurrido 3 segundos.

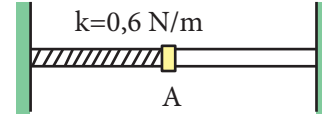
12. El periodo de un péndulo simple es 3 s. ¿Cuál será su periodo si su longitud disminuye en 75%?

13. Una partícula con MAS efectúa 50 oscilaciones en 25 segundos. Si la amplitud es de 20 cm, calcula el valor de la velocidad en el momento en que la elongación es de 12 cm.

14. Cuando la elongación es la mitad de la amplitud, ¿qué fracción de la energía total es cinética?

UNI

15. Un collarín A está unido a un resorte de $K = 0,6 \text{ N/m}$, tal como se muestra en la figura. Si el collarín se separa 20 cm de su posición de equilibrio y luego se suelta deslizándose sin fricción, determina la máxima aceleración del collarín de 10 gramos de masa.



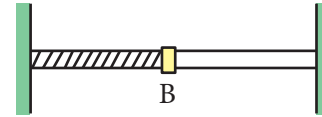
Resolución:

$$a_{\text{máx.}} = \omega^2 \cdot A \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

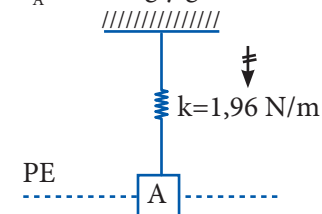
$$\omega = \sqrt{\frac{0,6}{10 \cdot 10^{-3}}} = \sqrt{60} \text{ rad/s}$$

$$\Rightarrow a_{\text{máx.}} = \sqrt{60}^2 \cdot \frac{20}{100} = 12 \text{ m/s}^2$$

16. Un collarín B está unido a un resorte de $k = 0,3 \text{ N/m}$ el collarín se separa 40 cm de su posición de equilibrio y luego se suelta deslizándose sin fricción. Calcula la máxima aceleración del collarín de 20 g de masa.



17. Se muestra un bloque que se encuentra en la posición de equilibrio. Si lo estiramos 10 cm hacia abajo y luego lo soltamos, ¿cuál será la ecuación del movimiento? Determine también la máxima rapidez. $m_A = 0,49 \text{ kg}$ y $g = 10 \text{ m/s}^2$



18. La gráfica $\vec{x}$ vs t representa el MAS de una partícula. Halla la ecuación de la posición en función del tiempo para este movimiento.

