



Materiales Educativos GRATIS

ARITMETICA

QUINTO

MAGNITUDES PROPORCIONALES

Magnitud

Es todo aquello susceptible a ser medido, aumentando o disminuyendo sus valores.

Cantidad

Es la medida de un caso particular de la magnitud.

Ejemplo:

MAGNITUD	CANTIDAD
Temperatura	37 °C
Peso	4 kg
N.º de alumnos	50

Relaciones entre Magnitudes

I. Magnitudes directamente proporcionales (DP)

- ❖ Se dice que 2 magnitudes son DP cuando el cociente de sus valores correspondientes es constante.
- ❖ Se observa que al aumentar o disminuir una de ellas, la otra también aumenta o disminuye respectivamente.

Ejemplo:

Costo (S/.)	S/.3	S/.6	S/.15	S/.21
N.º lápices	1	2	5	7

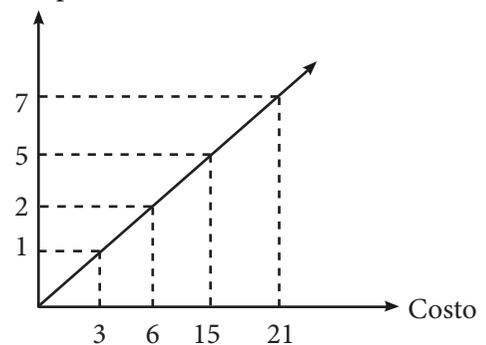
$\times 2$
 $\times 2$

Se observa lo siguiente:

$$\frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{15}{5} = \frac{21}{7} = 3$$

Gráficamente

N.º de lápices



La gráfica de 2 magnitudes DP resulta ser puntos sobre una línea recta.

$$A \text{ DP } B \rightarrow \frac{\text{Valor de A}}{\text{Valor de B}} = K$$

II. Magnitudes inversamente proporcionales (IP)

- ❖ Se dice que 2 magnitudes son IP cuando el producto de sus valores correspondientes es constante.
- ❖ Se observa que al aumentar o disminuir una de ellas, la otra disminuye o aumenta respectivamente.

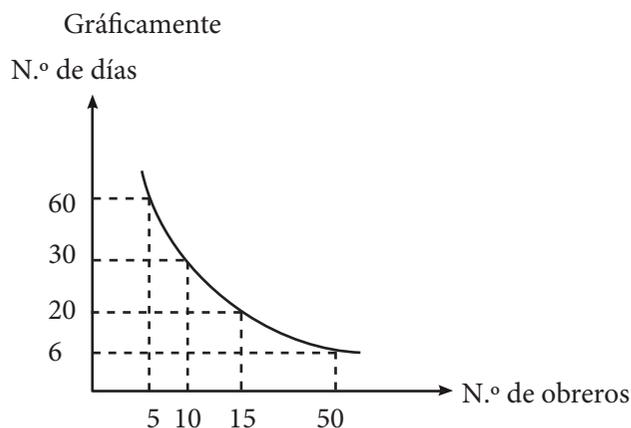
Ejemplo:

N.º obreros	5	10	15	50
N.º de días	60	30	20	6

$\times 2$
 $\div 2$

Se observa lo siguiente:

$$5 \times 60 = 10 \times 30 = 15 \times 20 = 50 \times 6 = 300$$



La gráfica de 2 magnitudes IP resultan puntos sobre una hipérbola equilátera.

En general:

$$A \text{ IP } B \rightarrow (\text{Valor de } A)(\text{valor de } B) = k$$

Propiedades:

$$\text{I. } A \text{ DP } B \rightarrow B \text{ DP } A$$

$$A \text{ IP } B \rightarrow B \text{ IP } A$$

$$\text{II. } A \text{ IP } B \rightarrow A \text{ DP } \left(\frac{1}{B}\right)$$

$$\text{III. } A \text{ DP } B$$

$$A \text{ DP } C \rightarrow A \text{ DP } BCD$$

$$A \text{ DP } D$$

$$\therefore \frac{A}{BCD} = k$$

$$\text{IV. } A \text{ DP } B \rightarrow A^n \text{ DP } B^n$$

$$A \text{ IP } B \rightarrow A^n \text{ IP } B^n$$

Trabajando en clase

Integral

- Se sabe que A es DP a B^2 e IP a \sqrt{C} . Si $A = 2$ cuando $B = 3$ y $C = 9$, calcula A cuando $B = 6$ y $C = 16$.
- Se tiene un sistema de engranaje de 4 ruedas (A, B, C y D), donde el número de dientes son entre sí como 5; 7; 8 y 10. Calcula cuántas vueltas da D, cuando A da 560 vueltas.
- Si A y B son dos magnitudes inversamente proporcionales y si A aumenta en sus $\frac{4}{9}$, ¿cuánto disminuye B?

PUCP

- Dos personas invierten cierta cantidad de dinero en un negocio por cierto tiempo. La primera invirtió S/.30 000 durante 15 meses y la segunda, S/.20 000 durante 12 meses. Si la ganancia total fue de S/.34 500, ¿cuánto ganó la segunda?

PUCP 2009-II

Resolución:

$$\frac{G_1}{30\,000 \times 15} = \frac{G_2}{20\,000 \times 12}$$

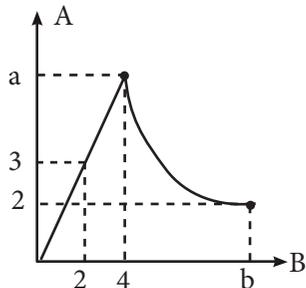
$$\Rightarrow \frac{G_1}{15} = \frac{G_2}{8} = k \Rightarrow \frac{34\,500}{23} = k$$

$$k = 1500$$

$$G_2 = 8k = 12\,000.$$

- Dos personas invierten cierta cantidad de dinero en un negocio por cierto tiempo. La primera invirtió S/.40 000 durante 12 meses y la segunda, S/.50 000 durante 9 meses. Si la ganancia total fue de S/.31 000, ¿cuánto ganó la primera?
- El precio de un libro varía DP al número de páginas e IP al número de ejemplares. Además, cuando el número de ejemplares es 5000, el precio es de S/.9 y el número de páginas es 360. Halla el precio cuando los libros tienen 360 hojas y se imprimen 3000 ejemplares.

7. Si A y B son magnitudes proporcionales, calcula el valor de «a + b».



UNMSM

8. Se contrata un empleado por el tiempo de un año, acordando pagarle S/.700 más un televisor. Si al cumplir los 7 meses se le despide pagándole S/.250 más un televisor, ¿cuál es el precio del televisor?

Resolución:

$$\frac{\text{Tiempo}}{\text{Pago}} = k$$

$$\frac{12}{700+T} = \frac{7}{250+T} \quad \text{donde T: televisor}$$

$$\Rightarrow 3000 + 12T = 4900 + 7T$$

$$\therefore T = S/.380$$

9. Se contrata un empleado por el tiempo de un año, acordando pagarle S/.900 más un PS3. Si al cumplir los 9 meses se le despide pagándole S/.600 más el PS3, ¿cuál es el precio del PS3?

10. Se conoce por medio de la ley de Boyle que la presión es inversamente proporcional al volumen que contiene determinada cantidad de gas. ¿Cuál

es la presión a la que está sometido un gas, si al aumentar dicha presión en 4 atmósferas, el volumen disminuye en un 20%?

11. Antonio recibe un sueldo que es DP al cubo de su edad. Si actualmente tiene 20 años, ¿cuántos años tendrá cuando su sueldo sea 27 veces el sueldo actual?

UNI

12. ¿Cuál es el peso de un diamante que vale S/.55 000, si uno de 6 quilates cuesta S/.19 800 y el precio es proporcional al cuadrado de su peso? (un quilate = 0,25 gramos)

Resolución:

$$\frac{P}{w^2} \quad \text{donde: P = precio, w = peso}$$

$$6 \text{ quilates pesan} = 6 \times 0,25 = 1,5 \text{ gr.}$$

$$\frac{55000}{w^2} = \frac{19800}{(1,5)^2} \rightarrow w_2 = 6,25 \text{ gr}^2$$

$$w = 2,5 \text{ gr}$$

13. ¿Cuál es el peso de un diamante que vale S/.15 300, si uno de 10 quilates cuesta S/.42 500 y el precio es proporcional al cuadrado de su peso? (un quilate = 0,25 gramos)

14. El precio de un diamante es DP al cuadrado de su peso. Si el diamante se divide en 3 , que son DP a 2; 5 y 8, y la diferencia en precios de la mayor y menor de las partes es S/.1280, determina el precio del diamante entero.