ANÁLISIS DIMENSIONAL I

DEFINICIÓN

La medición en la física es fundamental, para ello es necesario establecer un conjunto de unidades convencionales para cada magnitud física, esto permite diferenciar una magnitud de otra.

Magnitud: Todo aquello que puede ser medido.
Medir: Consiste en comparar dos cantidades de una misma magnitud; donde una de ellas es la unidad patrón.

CLASIFICACIÓN DE LAS MAGNITUDES

POR SU ORIGEN

- Magnitudes fundamentales
- Magnitudes derivadas

Magnitudes fundamentales:
Son aquellas magnitudes que convencionalmente, servirán como base para deducir las demás magnitudes físicas. Según el Sistema Internacional SI son:

MAGNITUD FÍSICA	UNIDAD	SÍMBOLO
Longitud	metro	m
Tiempo	segundo	s
Masa	kilogramo	kg
Temperatura	kelvin	K
Intensidad de corriente	ampere	A
Cantidad de sustancia	mol	mol
Intensidad luminosa	Candela	cd

Magnitudes derivadas:
Son aquellas magnitudes que se expresan en función de las magnitudes fundamentales.
Entre las magnitudes derivadas tenemos la aceleración, fuerza, potencia, energía, carga eléctrica, etc.

POR SU NATURALEZA

- Magnitudes escalares
- Magnitudes vectoriales

Magnitudes escalares:
Es aquella magnitud que queda definida solamente por un valor numérico y su unidad de medida.
Ejemplo: Temperatura $\rightarrow$ 300 K

Magnitudes vectoriales:
Es aquella magnitud que, además del valor numérico y una unidad, depende de una dirección.
Ejemplo:
Velocidad $\rightarrow$ 30 m/s hacia dirección el norte

Ecuación dimensional
Expresión matemática que nos permite establecer una magnitud física en función de las magnitudes fundamentales.

Notación:
Si B es una magnitud física su ecuación dimensional (E.D) es [B].
Según el SI las ecuaciones dimensionales son:

- Para las magnitudes fundamentales

MAGNITUD	E.D.
Longitud	L
Tiempo	T
Masa	M
Temperatura	θ
Intensidad de corriente	I
Cantidad de sustancia	N

- Para algunas magnitudes derivadas

MAGNITUD	E.D.
Área	L^2
Volumen	L^3
Velocidad	LT^{-1}
Aceleración	LT^{-2}
Fuerza	MLT^{-2}
Trabajo	ML^2T^{-2}
Energía	ML^2T^{-2}
Potencia	ML^2T^{-3}
Presión	$ML^{-1}T^{-2}$
Calor	ML^2T^{-2}
Frecuencia	T^{-1}

Algunas propiedades de las E.D. que se usarán específicamente en este capítulo son:

1) [Número real] = 1
2) [xy] = [x][y]
3) $\left[\frac{x}{y}\right]=\frac{[x]}{[y]}$
4) [cX] = c[X]
   (c: número real)
5) $[X^n] = [X]^n$
   (n: número real)
6) [razón trigonométrica] = 1
7) Las constantes numéricas son adimensionales mas no así las constantes físicas.
   - $[\pi] = 1$
   - Ley de la gravitación universal

$$F = G\frac{m_1m_2}{d^2}$$

G: constante (física) de gravitación universal.

$$G = 6.67\times10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}$$

Luego:

$$\therefore [G] = M^{-1}L^3T^{-2}$$

Trabajando en clase

Integral

1. Determina la ecuación dimensional de la fuerza ($\vec{F}$) si su valor se calcula mediante la siguiente fórmula:

F = (masa) (aceleración)

a) MLT^{-1}
b) MLT^{-2}
c) ML
d) MT^{-2}
e) LT^{-2}

Solución:
Desarrollando las ecuaciones dimensionales.
[F] = [masa][aceleración]

$$[F] = (M)(LT^{-2})$$

$$\therefore [F] = MLT^{-2}$$

2. Determina la ecuación dimensional de la presión P si se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$P = \frac{\text{fuerza}}{\text{área}}$$

a) ML^{-1}
b) $ML^{-1}T^{-3}$
c) $M^{-1}LT^{-2}$
d) $ML^{-1}LT^{-2}$
e) ML

3. Determina la ecuación dimensional de la fuerza centrípeta ($\overrightarrow{F_{cp}}$) si su valor se puede calcular aplicando la siguiente fórmula:

$$F_{cp} = \frac{(\text{masa})(\text{velocidad})^2}{\text{radio}}$$

a) MLT^{-2}
b) MT^{-2}
c) ML^{-2}
d) $ML^{-1}T^{-2}$
e) MLT^2

4. Determina la ecuación dimensional de la energía cinética (E_k) si viene dada por la siguiente ecuación:

$$E_k = \frac{(\text{masa})(\text{velocidad})^2}{2}$$

a) MLT^{-1}
b) T^{-1}
c) ML^2T^{-1}
d) ML
e) ML^2T^{-2}

UNMSM

5. Determina la ecuación dimensional "Ce" si la cantidad de calor que se entrega a una sustancia, para incrementar su temperatura se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$Q = mCe\Delta T$$

Si se sabe que:
Q: calor
m: masa
Ce: calor específico
ΔT: Variación de la temperatura

a) $L^2\theta^{-1}$ b) $L^2T^{-2}\theta^{-1}$
c) $\theta^{-1}L^2$ d) $T^{-2}\theta$
e) L^2T^{-2}

Solución:
Por teoría se sabe que calor y energía tienen la misma ecuación dimensional.

$$[Q]=[E]=ML^2T^{-2}$$

Siguiendo la fórmula:

$$Q = mCe\Delta T$$

$$[Q]=[m][Ce][\Delta T]$$

$$ML^2T^{-2} = M[Ce]\theta$$

Resolviendo:

$$[Ce]=L^2T^{-2}\theta^{-1}$$

6. Calcula la ecuación dimensional de "P", si la siguiente ecuación dimensional es correcta:

$$P = \frac{DFL}{m}$$

Dónde:
D: densidad
L: longitud
F: fuerza
m: masa

a) MLT^2 b) MLT
c) ML^2T^{-1} d) M
e) $ML^{-1}T^{-2}$

7. Determina la ecuación dimensional de "a" a partir de la siguiente ecuación correcta:

$$mna = 4VF\cos(207°)$$

Dónde:
F: fuerza
V: volumen
m y n son masas

a) ML^4 b) ML^{-4}
c) ML^4T^{-2} d) L^4T^{-2}
e) $M^{-1}L^4T^{-2}$

8. Calcula la ecuación dimensional de "K" si el valor de la energía cinética promedio de una molécula, cuando se trata de un gas ideal monoatómico, se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$E_k = \frac{3}{2}KT$$

Dónde:
K: constante de Boltzman
T: temperatura absoluta

a) $ML^2T^{-2}\theta^{-1}$ b) $M\theta^{-1}$
c) $ML^2\theta^{-1}$ d) $T^{-2}\theta^{-1}$
e) $L^2M\theta^{-1}$

Solución:
Aplicando las ecuaciones dimensionales de cada término.

$$[E_K]=\left[\frac{3}{2}KT\right] \Rightarrow [E_K]=\underbrace{\left[\frac{3}{2}\right]}_{1}\cdot[K]\cdot[T]$$

$$ML^2T^{-2} = 1\cdot[k]\cdot\theta$$

$$\therefore [K]=ML^2T^{-2}\cdot\theta^{-1}$$

9. Determina la ecuación dimensional de «h» si el postulado de Max Planck señala que el valor de la energía de una onda electromagnética se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$E = hf$$

Dónde:
E: energía
f: frecuencia
h: constante de Planck

a) MLT^{-1} b) $ML^{-1}T^{-1}$
c) MLT^{-2} d) M^2L^{-1}
e) ML^2T^{-1}

10. Calcula la ecuación dimensional de «R» si la ecuación universal de los gases ideales se define por:

$$PV = nRT$$

Dónde:
P: presión
V: volumen
n: número de moles
R: constante universal de los gases
T: temperatura absoluta

a) ML^2
b) $M\theta^{-1}T^{-2}$
c) $ML^2T^{-2}N^{-1}\theta^{-1}$
d) $\theta^{-1}N$
e) $ML\theta^{-1}$

11. Determina la ecuación dimensional del periodo si el periodo de un péndulo simple (S) se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$S = 2\pi \times \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Dónde:
S: periodo
L: longitud
g: aceleración de la gravedad

a) M   b) L
c) T^{-2} d) L^{-3}
e) T

UNI

12. La 3era ley de Kepler, aplicada al movimiento de un planeta que se mueve en una órbita circular, señala que el cuadrado del periodo del movimiento es igual al cubo del radio de la órbita multiplicado por una constante física. Determina la dimensión de dicha constante.

UNI 2005-I

a) L^2T b) $L^{-3}T^2$
c) LT^{-2} d) $L^{-2}T$
e) L^4T^{-2}

Solución:

Lo primero que tenemos que hacer es plantear la ecuación en función a los datos. Según los datos la ecuación propuesta por Kepler tiene la forma:

$$S^2 = XR^3$$

Dónde:

S. periodo del movimiento, y representa el mínimo tiempo que demora el planeta en completar una órbita circular.
X: constante física
R: radio de órbita

Aplicando las ecuaciones dimensionales para cada término de la igualdad se tiene:

$$[S^2] = [XR^3]$$

$$[S]^2 = [X][R]^3$$

$$T^2 = [X]L^3$$

$$\therefore [X] = L^{-3}T^2$$

13. La ley de Hooke señala que la fuerza que un resorte ejerce es igual a la longitud de su deformación multiplicada por una constante. Determina la ecuación dimensional de dicha constante.

a) ML   b) MT
c) $T^{-1}L$ d) MLT^{-2}
e) MT^{-2}

14. En la ecuación $\alpha p = P$ (ρ es densidad y P es presión) determina las dimensiones de la constante α.

UNI 2003-II

a) L^2T^{-2} b) LT^{-1} c) LT
d) L^2T e) LMT^{-1}

15. Calcula la ecuación dimensional y su respectiva unidad en el SI de “x”, si su valor se calcula aplicando la siguiente ecuación:

$$x = \frac{2\pi^2 Y^2 R \cos\theta}{S^2 A}$$

Dónde:
Y y R: longitudes
S: tiempo
A: área

a) LT   b) LT^2
c) $L^{-1}T^2$ d) L^2T
e) LT^{-2}