FISICA CUARTO

MOVIMIENTO PARABÓLICO DE CAÍDA LIBRE (MPCL)

Es un movimiento compuesto cuya trayectoria es una parábola. Esta trayectoria puede generarse cuando un objeto se mueve dentro de un campo gravitatorio uniforme y sin resistencia alguna.

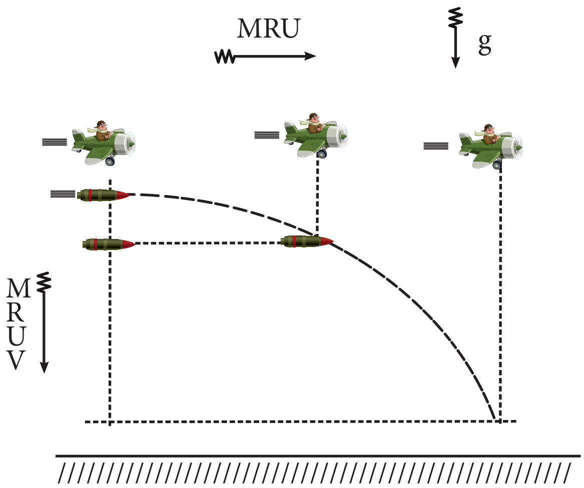
Entre algunos ejemplos aproximados de este movimiento tenemos la trayectoria que genera la pelota en un partido de fútbol cuando se ejecuta un tiro libre, o también cuando un jugador de basquetbol lanza el balón hacia la canasta.

Teoría de Galileo

Galileo demostró que el movimiento parabólico, debido a la gravedad, es un movimiento compuesto por otros dos movimientos independientes (principio de independencia de los movimientos): Uno horizontal y el otro vertical. Descubrió asimismo que el movimiento horizontal se desarrolla siempre como un MRU y el movimiento vertical es un MRUV con aceleración igual a g $\approx$10 m/s^2.

$$\text{Movimiento parabólico} = \left\{\begin{matrix}\text{Movimiento}\\ \text{horizontal}\\ \text{(MRU)}\end{matrix}\right\} + \left\{\begin{matrix}\text{Movimiento}\\ \text{vertical}\\ \text{(MRUV)}\end{matrix}\right\}$$

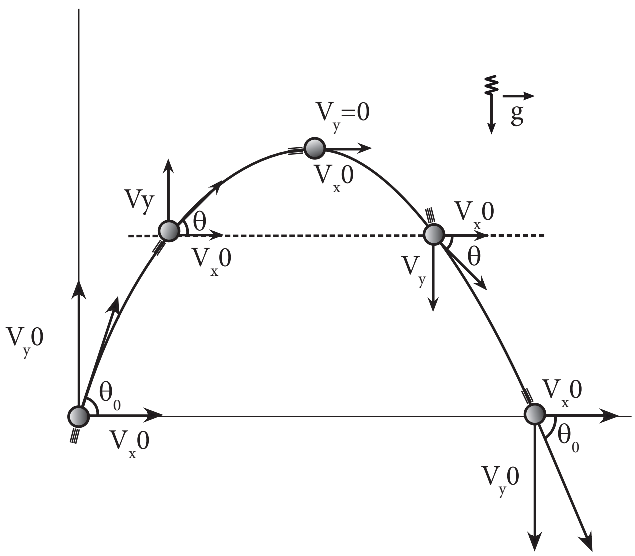
Otro ejemplo del movimiento parabólico son los que describen los proyectiles en el campo gravitatorio terrestre cuando son lanzados en una dirección no vertical y sin considerar la resistencia del aire.



Es justamente por este tipo de movimiento que al MPCL también se le conoce como movimiento de proyectil.

Análisis del MPCL

Este movimiento resulta de la composición del movimiento rectilíneo uniforme en la horizontal y del movimiento de caída libre en la vertical.

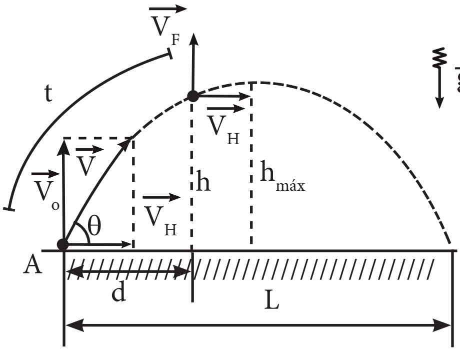


Características:

- La componente horizontal de la velocidad permanece constante durante todo el proyectil.

- La componente vertical de la velocidad varía uniformemente por acción de la aceleración de la gravedad.
- A un mismo nivel, los ángulos que forman las velocidades con la trayectoria son iguales.
- A un mismo nivel, la rapidez de subida es igual a la rapidez de bajada.

Ecuaciones de MPCL



En la horizontal:

$$\boxed{d = V_H \cdot t}$$

En la vertical:

❖ $V_f = Vo \pm g.t$ ❖ $h = \left(\frac{V_o + V_f}{2}\right) \cdot t$ ❖ $V_f^2 = V_o^2 \pm 2.g.h$ ❖ $h = V_o.t \pm \frac{1}{2} g.t^2$	Donde se considera ❖ (+): cuando baja ❖ (–): cuando sube

Ecuaciones auxiliares

$$h_{máx.} = \frac{V_0^2}{2g}$$

$$L = \frac{V^2}{g}\ \mathrm{Sen}2\theta$$

Donde las magnitudes y sus respectivas unidades en el SI son:

$\vec{V}$: Vvlocidad de lanzamiento (m/s).

$\vec{V}_H = V\mathrm{Cos}\theta\,\hat{i}$: componente horizontal de la velocidad inicial (m/s).

$\vec{V}_0 = V\mathrm{Sen}\theta\,\hat{j}$: componente vertical de la velocidad inicial (m/s).

$\vec{V}_f$: componente vertical de la velocidad final (m/s).

t: intervalo de tiempo (s).

$\vec{g}$: aceleración de la gravedad (m/s^2).

h: longitud de la altura ascendida en un intervalo de tiempo (m).

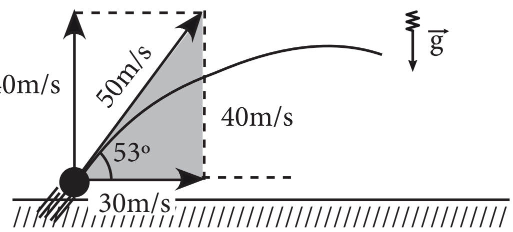
d: longitud de la distancia horizontal recorrida en un intervalo de tiempo (m).

$h_{máx}$: longitud de la altura máxima (m).

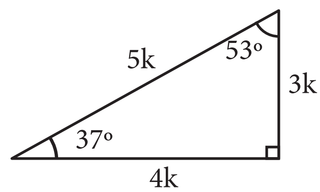
L: longitud de la distancia horizontal recorrida como máximo (m).

Observación:

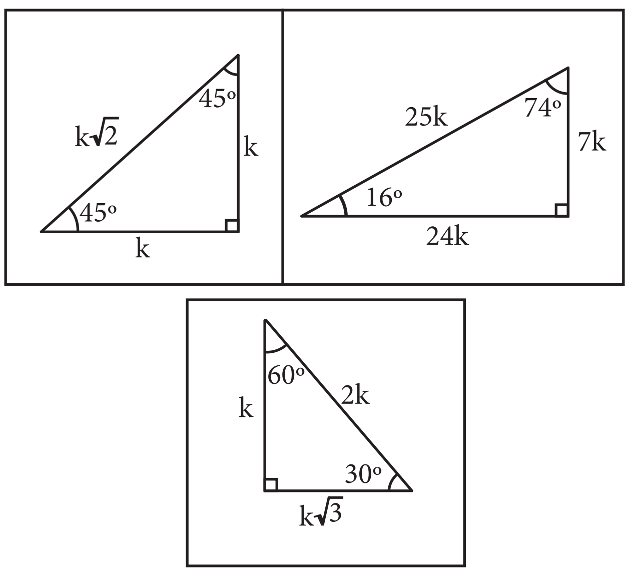
Para descomponer la velocidad inicial de un proyectil y obtener las componentes vertical y horizontal, se puede hacer uso de los triángulos notables, por ejemplo:



En este caso, se usó el triángulo notable:

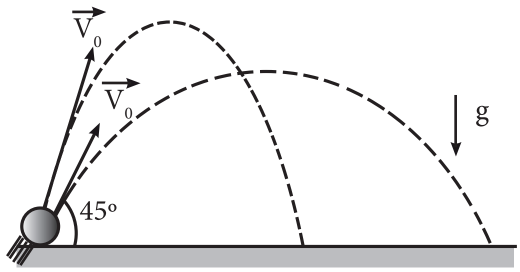


Al igual que el triángulo notable anterior, se pueden aplicar otros triángulos notables:

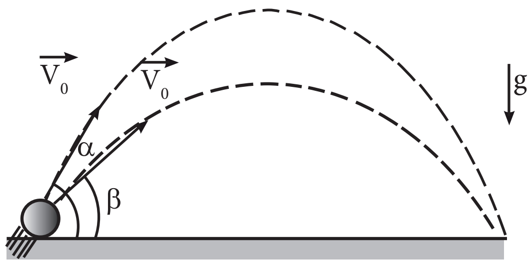


Propiedades del MPCL

1. En un movimiento parabólico de caída libre se comprueba que el máximo alcance horizontal se presenta cuando el ángulo de disparo es de 45°.



2. Si se realizan dos movimientos con la misma velocidad ($\vec{V}_0$), pero con ángulos α y β complementarios (α + β = 90°), se comprueba que dichos alcances horizontales son iguales.



Trabajando en clase

Integral

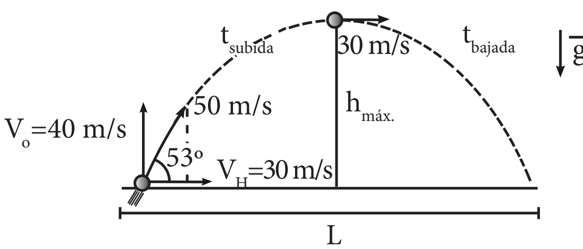
1. Un proyectil es lanzado desde un piso horizontal con una velocidad de módulo 50 m/s, de manera que la velocidad forma 53° con la horizontal. Calcula:

- ❖ El tiempo de subida (en s).
- ❖ El tiempo de vuelo (en s).
- ❖ El alcance horizontal (en m).
- ❖ La altura máxima (en m).

Considera la aceleración de la gravedad $g = 10\ m/s^2$.

Resolución:

Graficamos el problema y descomponemos la velocidad inicial.



- ❖ Luego el tiempo de subida $t_s = \dfrac{V_0}{g}$

  $\Rightarrow t_s = \dfrac{40}{10} = 4\ s$

- ❖ Para el tiempo de vuelo $t_v = t_S + t_B = 2\,t_S$

  $\Rightarrow t_v = 2\,t_s = 2 \times 4 = 8\ s$

- ❖ El alcance horizontal $L = V_H \cdot t_v$

  $\Rightarrow L = 30 \cdot 8 = 240\ m$

- ❖ La altura máxima $h = \dfrac{g}{2}\,t_s^2$

  $\Rightarrow h = \dfrac{10}{2} \times 4^2 = 80\ m$

2. Si lanzamos desde un piso horizontal una piedra, con una velocidad de módulo 50 m/s y formando 37° con la horizontal, calcula:

- ❖ El tiempo de subida (en s)
- ❖ El tiempo de vuelo (en s)
- ❖ El alcance horizontal (en m)
- ❖ La altura máxima (en m)

Considera la aceleración de la gravedad ($g = 10\ m/s^2$).

3. Desde un piso horizontal, un proyectil es lanzado con una velocidad inicial de módulo 10 m/s, formando 30° con la horizontal. Si consideramos que la aceleración de la gravedad tiene el valor de $g = 10\ m/s^2$, calcula el módulo de la velocidad (en m/s) en el punto más alto.

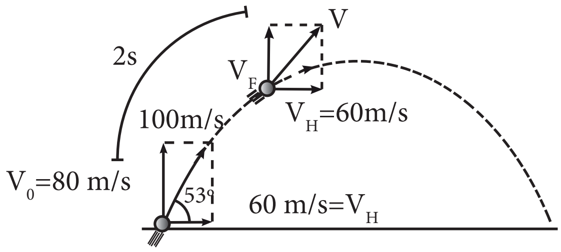
4. Desde el piso se dispara un proyectil con una velocidad de módulo 50 m/s y un ángulo de elevación de 37°. ¿A qué altura (en m) se encuentra el objeto en el instante t = 2 s? ($g = 10\ m/s^2$)

UNMSM

5. Se dispara un proyectil con una velocidad de módulo 100 m/s y con un ángulo de 53° respecto de la horizontal. Calcula el módulo de la velocidad (en m/s) luego de 2 s. ($g = 10\ m/s^2$)

Resolución:

Graficando el problema y descomponiendo la velocidad inicial:



Para calcular V necesitamos el valor de V_F; para ello aplicamos la fórmula en la vertical.

$V_F = V_i \pm gt$

Como sube tomamos el signo –, entonces, reemplazando los datos:

$V_F = 80 - 10 \cdot 2$

$\Rightarrow V_F = 60$ m/s

Por último, para calcular V, aplicamos:

$V = \sqrt{V_F^2 + V_H^2}$

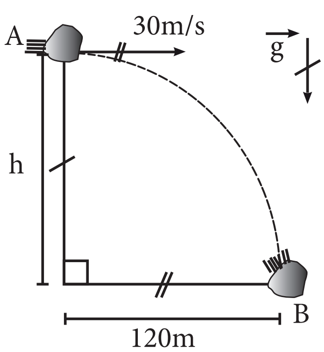
Reemplazando: $V = \sqrt{60^2 + 60^2}$

$\therefore V = 60\sqrt{2}$ m/s

6. Una piedra es lanzada desde un piso horizontal, con una velocidad de módulo $80\sqrt{2}$ m/s y formando 45º con la horizontal. Calcula el módulo de la velocidad (en m/s) luego de 2 s (g = 10 m/s²)

7. Desde el piso se lanza una pelota con una velocidad inicial que forma 60º con la horizontal. Si en el punto más alto su velocidad tiene un valor de 30 m/s, calcula el módulo de su velocidad inicial (en m/s). (g = 10 m/s²)

8. Calcula la altura «h» en metros. (g = 10 m/s²)



Resolución:

Primero calculamos el tiempo de vuelo desde A hasta B; para ello utilizamos la componente horizontal.

$\Rightarrow d_H = V_H \cdot t$

$120 = 30 \cdot t_V$

$\Rightarrow t_V = 4$ s

Luego, en la vertical y para calcular el valor de la altura «h» utilizamos la fórmula:

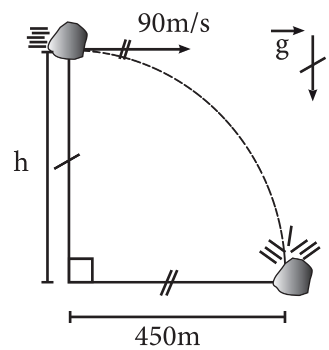
$h = V_o t \pm \frac{g}{2} \cdot t^2$

Tomando el signo + y la $V_0 = 0$, tenemos:

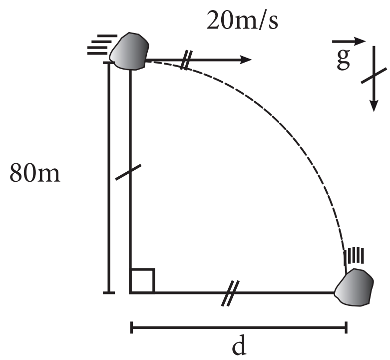
$h = 0 \cdot t + \frac{10}{2} \times 4^2$

$\therefore h = 80$ m

9. Calcula la altura «h» en metros. (g = 10 m/s²)



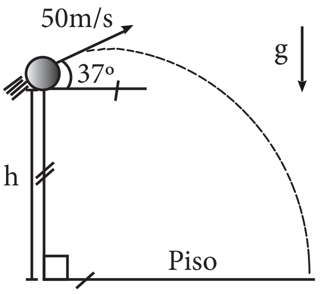
10. Determina el alcance horizontal «d» en metros. (g = 10 m/s²)



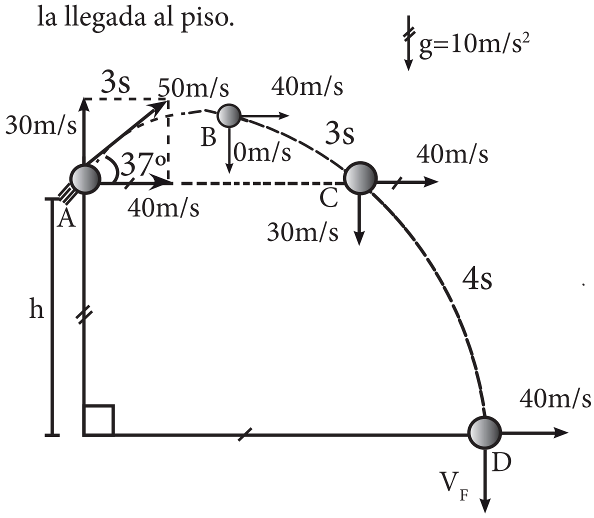
11. Una pelota es lanzada desde un piso horizontal, con una velocidad de módulo 50 m/s, de tal manera que forma 53º con la horizontal. ¿Qué ángulo forma la velocidad al cabo de 7 s del lanzamiento? (g = 10 m/s²)

UNI

12. Calcula el valor dela altura «h» (en m) si el módulo de la velocidad de lanzamiento es 50 m/s y el tiempo empleado en llegar al piso es 10 s (g = 10 m/s²).



Resolución:
Graficamos la descomposición de la velocidad y la llegada al piso.



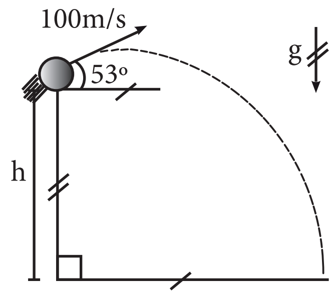
Para calcular «h» como se observa, podemos aplicar la fórmula en el tramo C – D:

$$h = V_0 t \pm \frac{g}{2} t^2$$

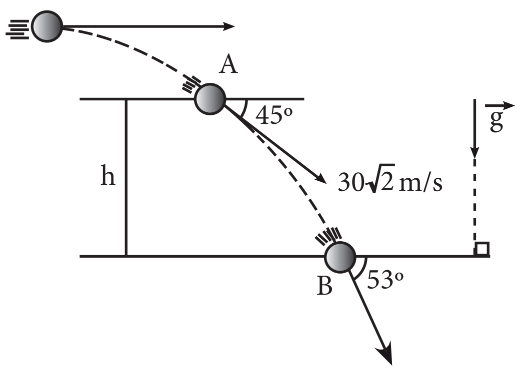
Tomando el signo + debido a que cae
Reemplazamos los datos:
$h = 30 \times 4 + \frac{1}{2} \times 10 \times 4^2$

$\therefore$ h = 200 m

13. Determina el valor de «h» (en m) si el módulo de la velocidad de lanzamiento es 100 m/s y el tiempo que emplea en llegar al piso es 20 s. (g = 10 m/s²)



14. Una esfera es lanzada horizontalmente desde cierta altura y al pasar por los puntos A y B sus velocidades son como se muestra en la figura. Calcula la altura «h» en metros (g = 10 m/s²).



15. Se dispara un proyectil con un ángulo de elevación de 36º (desde la superficie terrestre) e impacta a 20 m del punto de disparo. Se vuelve a disparar el proyectil con la misma velocidad pero con un ángulo de elevación de 54º. ¿A qué distancia (en m) del punto de disparo volverá a caer dicho proyectil?