



MCM y MCD

Máximo común divisor (MCD)

El MCD de dos o más números es el mayor divisor común de dichos números. Todos los divisores comunes son también divisores de su MCD.

Ejemplo:

De los divisores de 12 y 18, tenemos:

12 → ① ② ③ 4 ⑥ 12

18 → ① ② ③ ⑥ 9 18

El mayor divisor común: $MCD(12; 18) = 6$

Divisores de 6: 1; 2; 3; 6

Mínimo común múltiplo (MCM)

El MCM de dos o más números es el menor múltiplo común de dichos números. Todos los múltiplos comunes son también múltiplos de sus MCM.

Ejemplo:

De los múltiplos de 12 y 18, tenemos:

12 → 12 24 ③6 48 60 ⑦2 84 96 ⑩8 ...

18 → 18 ③6 54 ⑦2 90 ⑩8 ...

El menor múltiplo común: $MCM(12; 18) = 36$

Múltiplos de 36: 36; 72; 108 ...

Métodos para calcular el MCD y el MCM

1. Por descomposición simultánea

Ejemplo:

120 - 150 - 180

2. Por descomposición individual

Ejemplo:

A = 1440

B = 2040

Propiedades

1. Si se tienen 2 números, de los cuales uno contiene al otro, su MCD será el menor y su MCM, el mayor.

Ejemplo:

Dados los números 24 y 72.

$MCD(24; 72) = 24$ (el menor)

$MCM(24; 72) = 72$ (el mayor)

2. Si se tienen 2 números que son primos entre sí (PESI), su MCD es la unidad y su MCM, el producto.

Ejemplo:

Dados los números 14 y 15, que son PESI.

$MCD(14; 15) = 1$

$MCM(14; 15) = 14 \cdot 15 = 210$

3. Solo para dos números se cumple: «El producto de los 2 números es igual al producto de su MCD por su MCM».

Ejemplo:

Dados los números 40 y 24.

$MCD(40; 24) = 8$

$MCM(40; 24) = 120$

$MCD \cdot MCM = 8 \times 120 = 960$

$A \cdot B = 40 \times 24 = 960$.

4. Si dos o más números se dividen entre su MCD, se obtienen cocientes exactos que son PESI.

Si $MCD(A, B) = m$

Luego, $\frac{A}{m} = q_1$ y $\frac{B}{m} = q_2$

Donde q_1 y q_2 son PESI.

Además: $A = mq_1$ $B = mq_2$

Recuerda

Dos números consecutivos siempre son PESI, por lo tanto, su MCD es igual a uno y su MCM es el producto de los mismos.

Trabajando en clase

Integral

1. Calcula el MCM y MCD de 72; 320 y 400. Da como respuesta la suma de estos valores.
2. Calcula el MCM y MCD por descomposición individual de 64 y 144. Da como respuesta la suma de sus mayores exponentes.
3. Si el MCM de 120 y 360 es «a», entonces el MCD de 80; 124 y «a» es:

PUCP

4. Si el máximo común divisor de $5n$ y $7n$ es 88, entonces el mínimo común múltiplo de $\sqrt{n-7}$ y $\sqrt{n+12}$ es:
PUCP 2013-II
Resolución:
 $5n - 7n \mid n$
 $5n - 7$

$$\text{MCD}(5n; 7n) = n = 88 \leftarrow \text{Dato}$$

$$\diamond \sqrt{n-7} = \sqrt{88-7} = 9$$

$$\diamond \sqrt{n+12} = \sqrt{88+12} = 10$$

$$\rightarrow \text{MCM}(9; 10) = 9 \times 10 = 90$$

5. Si el máximo común divisor de $3n$ y $7n$ es 54; entonces, el mínimo común múltiplo de $\sqrt{n+10}$ y $\sqrt{n-5}$ es:
6. Si el $\text{MCM}(3x; 5y) = 180$ y el $\text{MCD}(21x; 35y) = 140$, calcula $(x - y)$ si $x + y = 32$.
7. El producto de dos números es 1764 y su MCD, 7. ¿Cuántos pares de números cumplen con dicha condición?

UNMSM

8. El valor de una fracción no cambia si le añadimos simultáneamente 16 al numerador y 24 al denominador. Si el MCD de los términos de la fracción es 17, halla la suma de los términos de la fracción.
UNMSM 2013-I

Resolución:

Fracción: $\frac{a}{b}$

$$\frac{a}{b} = \frac{a + 16}{b + 24}$$

$$a(b + 24) = b(a + 16)$$

$$\cancel{ab} + 24a = \cancel{ba} + 16b$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2k}{3k}$$

$$\begin{array}{r|l} 2k - 3k & k \\ \hline 2 - 3 & \text{MCD} = k = 17 \end{array}$$

$$a = 2 \times 17 = 34$$

$$b = 3 \times 17 = 51$$

$$\therefore a + b = 34 + 51 = 85$$

9. El valor de una fracción no cambia si le añadimos simultáneamente 26 al numerador y 18 al denominador. Si el MCD de los términos de la fracción inicial es 10, halla la suma de los términos de la fracción.
10. Si el MCD de $12M$ y $18M$ es 72, calcula el producto del MCM y MCD de $3M$ y $5M$.
11. Si el producto de dos números es 864 y su MCM es 72, ¿cuánto es la suma de estos números?

UNI

12. El mínimo común múltiplo de dos números distintos es al máximo común divisor de ellos como 35 es a 1. Si el número mayor es 3017, determina la suma de cifras del número menor.
UNI 2011-II

Resolución:

Dados los números «ak» y «bk»

$$\frac{a \cdot b \cdot k}{k} = \frac{35}{1}$$

$$a \times b = 35$$

$$\downarrow \downarrow$$

$$7 \quad 5$$

$$\text{Número mayor} = 7k$$

$$\text{Número menor} = 5k$$

$$7k = 3017$$

$$K = 431$$

$$\text{Número menor} = 5(431) = 2155$$

Suma de cifras

$$\therefore 2 + 1 + 5 + 5 = 13$$

13. El mínimo común múltiplo de dos números distintos es al máximo común divisor de ellos como 33 es a 1. Si el número mayor es 1683, determina la suma de cifras del número menor.
14. La suma de los cuadrados de dos números enteros es 232. Si uno de ellos es igual a 7 veces su MCD, determina la diferencia de los números.