Materiales Educativos GRATIS

GEOMETRIA CUARTO

LÍNEAS PROPORCIONALES

Razón de segmentos

Es el cociente de las longitudes de dos segmentos expresados en las mismas unidades de longitud.
Así, la razón de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$, es el número Ab / CD.

Nota:

Sea a y b dos números.
Luego: $a - b = r$ ______ Razón aritmética
$a/b = K$ ______ Razón geométrica

Segmentos proporcionales

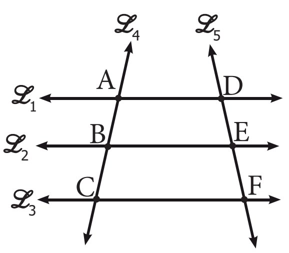
Se denomina así a dos pares de segmentos que tienen razones geométricas de igual valor numérico.
Sean los segmentos: $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{MN}$ y $\overline{PQ}$

Luego: $AB / CD = r_1$
$MN/PQ = r_2$

Si: $r_1 = r_2 \Rightarrow AB/CD = MN/PQ$

Teorema de Thales

Tres o más rectas paralelas determinan en dos rectas secantes o transversales a ellas segmentos proporcionales.



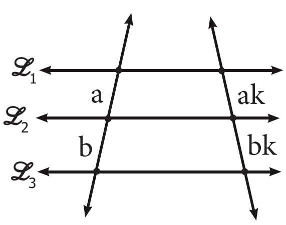
Si: $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_1} // \overleftrightarrow{\mathscr{L}_2} // \overleftrightarrow{\mathscr{L}_3}$

$\overleftrightarrow{\mathscr{L}_4} // \overleftrightarrow{\mathscr{L}_5}$: transversal

Entonces: $\boxed{\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{DE}{EF}}$

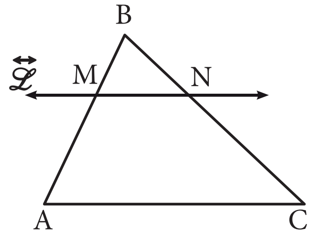
También: $\boxed{\dfrac{AC}{AB} = \dfrac{DF}{DE}}$

Forma práctica:
Si: $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_1} // \overleftrightarrow{\mathscr{L}_2} // \overleftrightarrow{\mathscr{L}_3}$



Propiedades

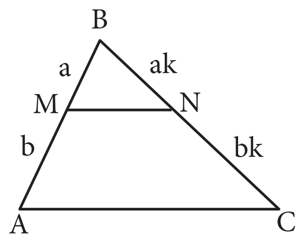
1.



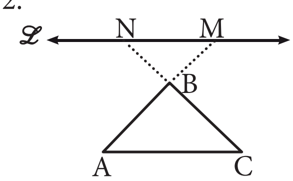
ΔABC, si $\overleftrightarrow{\mathscr{L}} // \overline{AC}$

Entonces: $\boxed{\dfrac{BM}{MA} = \dfrac{BN}{NC}}$

Forma práctica:
Si: $\overline{MN} // \overline{AC}$



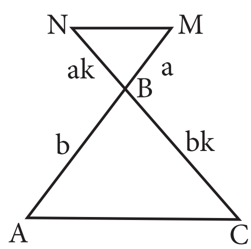
2.



ΔABC, si $\overleftrightarrow{\mathscr{L}} // \overline{AC}$

Entonces: $\boxed{\dfrac{BM}{MA} = \dfrac{BN}{NC}}$

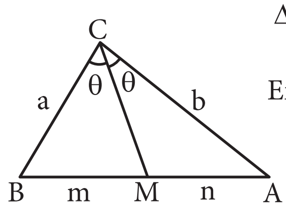
Forma práctica
Si: $\overline{MN} // \overline{AC}$



Teorema de la bisectriz

En todo triángulo, los lados adyacentes a una bisectriz son proporcionales a los segmentos determinados por dicha bisectriz en el lado al cual es relativo.

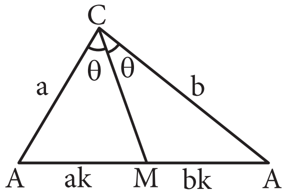
1.



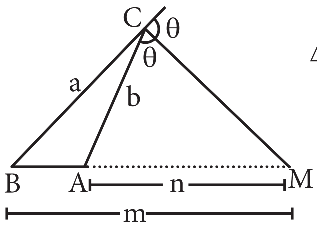
ΔABC: $\overline{CM}$ bisectriz interior

Entonces: $\boxed{\dfrac{a}{b} = \dfrac{m}{n}}$

Forma práctica:



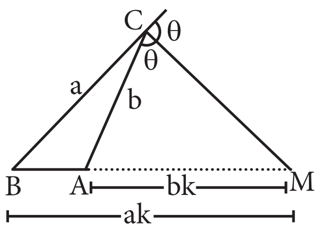
2.



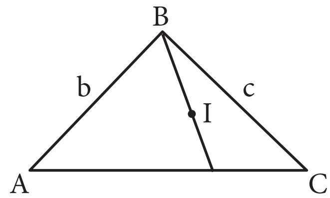
ΔABCD: (BC > AC):
$\overline{CM}$ bisectriz exterior

Entonces $\boxed{\dfrac{a}{b}=\dfrac{m}{n}}$

Forma práctica

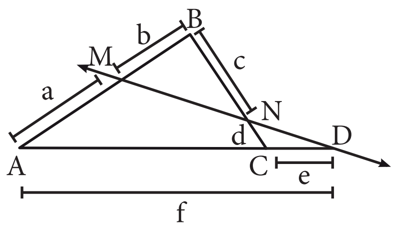


Teorema de incentro



$$\boxed{\dfrac{BI}{IM}=\dfrac{b+c}{a}}$$

Teorema de Menelao

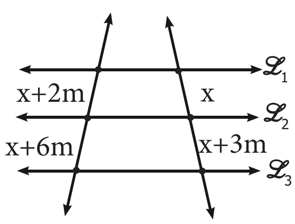


$$\boxed{a\cdot c\cdot e=b\cdot d\cdot (f)}$$

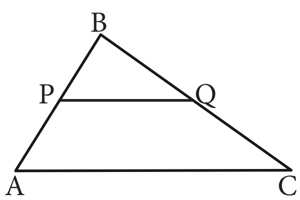
Trabajando en clase

Integral

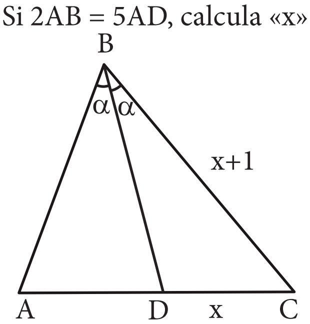
1. Del gráfico, calcula «x» si $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_1}//\overleftrightarrow{\mathscr{L}_2}//\overleftrightarrow{\mathscr{L}_3}$.



2. Del gráfico $\overline{PQ}//\overline{AC}$, 5BP = 3AP y BQ = 12 m. Calcula QC.

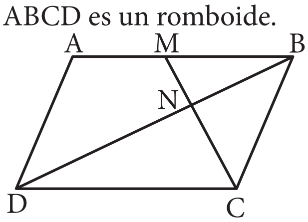


3. Si 2AB = 5AD, calcula «x».



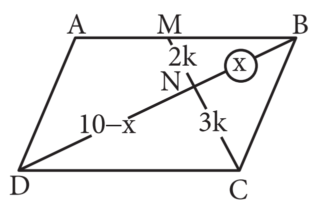
PUCP

4. De la figura 3MN = 2NC y DB = 10 m. Calcula «NB» si ABCD es un romboide.



Resolución:

Del corolario de Thales



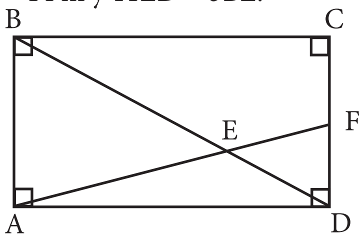
$$\frac{2\cancel{k}}{3\cancel{k}}=\frac{x}{10-x}$$

$20 - 2x = 3x$

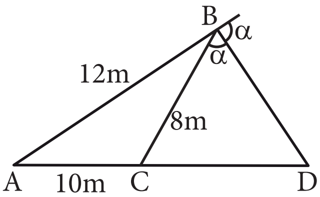
$20 = 5x$

$x = 4m$

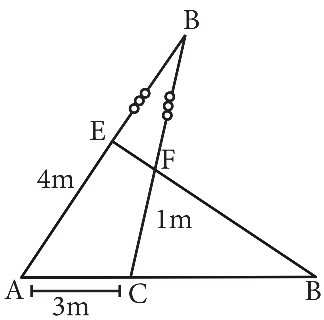
5. De la figura, calcula EF si AF = 14 m y 11ED = 3BE.



6. Del gráfico, calcula «CD».

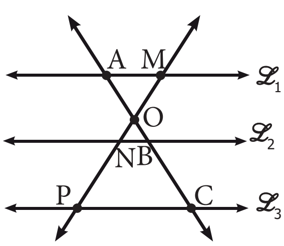


7. Del gráfico, calcula «CD».

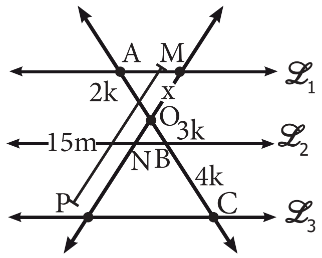


UNMSM

8. En la figura, las rectas $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_1}$, $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_2}$ y $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_3}$ son paralelas; además $\frac{AO}{2}=\frac{AB}{3}=\frac{BC}{4}$ y MP = 15m. Calcula «MO».



Resolución:
Colocamos los datos en el problema:

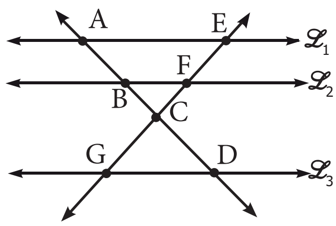


Por el corolario de Thales:

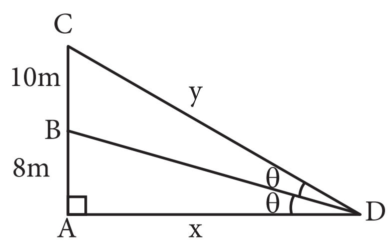
$$\frac{x}{15}=\frac{2\cancel{k}}{9\cancel{k}}$$

$$x=\frac{10}{3}\ \text{m}$$

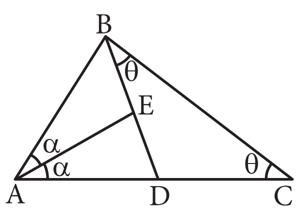
9. En la figura, las rectas $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_1}$, $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_2}$ y $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_3}$ son paralelas; además, GE = 30 m y $\frac{AB}{12}=\frac{BC}{10}=\frac{CD}{8}$, calcula «CD».



10. De la figura mostrada, calcula «x + y», si y – x = 6 m.



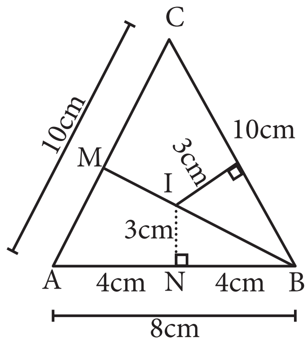
11. En la figura, calcula «DC» y ED = 8 m; 4AB = 3AD.



UNI

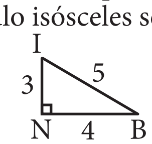
12. ABC es un triángulo isósceles (AC = BC). «I» es el incentro del triángulo si AB = 8 cm; AC = 10 cm, la distancia de «I» al lado $\overline{BC}$ es 3 cm y la prolongación de BI corta $\overline{AC}$. En «M», calcule la longitud de $\overline{BM}$.

Resolución:



❖ Como «I» es incentro, eso quiere decir que es el centro de la circunferencia inscrita.

❖ Trazando el radio y aprovechando que es un triángulo isósceles se forma:



❖ Aprovecharemos para hallar «MI» con el teorema del incentro:

$$\frac{5}{MI}=\frac{10+8}{10}\rightarrow MI=\frac{25}{9}$$

$$\Rightarrow BM=\frac{25}{9}+5=\frac{70}{9}\ \text{m}$$

13. ABC es un triángulo isósceles (AC = BC) «I» es el incentro del triángulo. Si AB = 16 cm y AC = 20 cm, la distancia de «I» al lado $\overline{BC}$ es 6 cm y la prolongación de BI corta $\overline{AC}$ en «M». Calcula la longitud de $\overline{BM}$.

14. En un triángulo ABC recto en «B» se traza la bisectriz $\overline{BD}$. Por «D» se traza una perpendicular al segmento $\overline{AC}$ que intercepta a $\overline{BC}$ en «M». Si AD = 3 m y DC = 4 m, entonces la medida del perímetro del triángulo BMD será.