



ANÁLISIS VECTORIAL I

INTRODUCCIÓN

En nuestra vida cotidiana existen una serie de situaciones que, por su frecuencia y simplicidad, pasan desapercibidas por la mayor parte de la gente. Por ejemplo, la velocidad: Si te dicen que un auto se desplaza a razón de 60 km/h, ¿sabrías tú en qué dirección se mueve?

La respuesta sería no, ya que falta informar en qué dirección se desplaza. Vemos pues, que la velocidad necesita de una dirección.

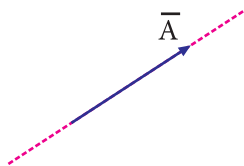
Aquellas magnitudes físicas que dependen de una dirección se denominan magnitudes vectoriales y a cada una de ellas se le representa mediante un VECTOR.

VECTOR

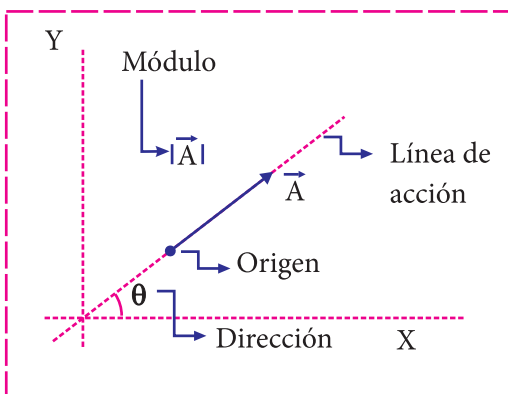
Es una herramienta matemática que sirve para representar las magnitudes vectoriales.

Se representa geoméricamente mediante un segmento de recta orientado (flecha).

Representación



Se lee: \vec{A} : vector A.
Elementos de un vector

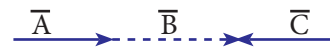


Módulo: Es la medida o el tamaño del vector.

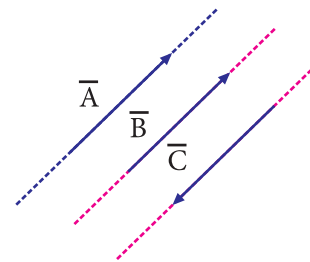
Dirección: La dirección del vector está definida por la medida del ángulo que forma con el eje horizontal positivo, medido en sentido antihorario.

Tipos de vectores

► **Vectores colineales:** Son aquellos que se encuentran contenidos en una misma línea de acción.



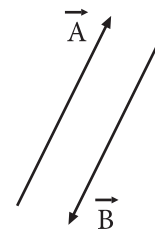
► **Vectores paralelos:** Son aquellos que tienen sus líneas de acción, respectivamente paralelas.



$\Rightarrow \vec{A}, \vec{B}$ y \vec{C} son paralelas.

Matemáticamente se denota $\vec{A} // \vec{B}$

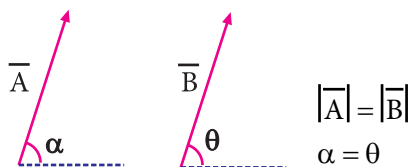
► **Vectores opuestos:** Son aquellos que presentan igual módulo.



$$|\vec{A}| = |\vec{B}|$$

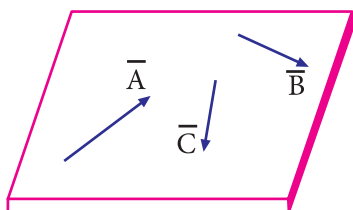
Entonces: $\vec{B} = -\vec{A}$
 \vec{B} es el opuesto de \vec{A}

Vectores iguales: Son aquellos que presentan igual módulo e igual dirección.

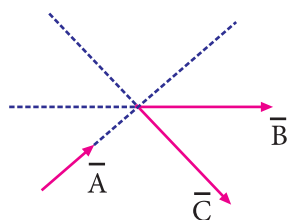


Vectores coplanares: Son aquellos que se encuentran contenidos en un mismo plano.

\vec{A} ; \vec{B} y \vec{C} son vectores coplanares por estar en el mismo plano.



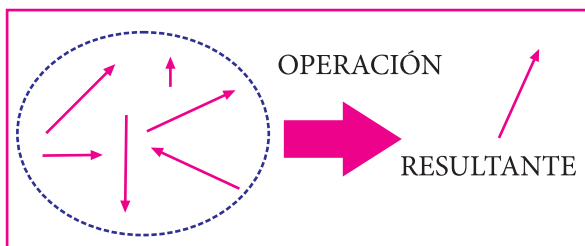
Vectores concurrentes: Son aquellos cuyas líneas de acción se cortan en un mismo punto.



\vec{A} ; \vec{B} y \vec{C} son vectores concurrentes porque todos ellos se cortan en un mismo punto.

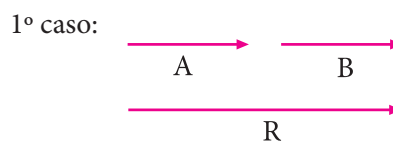
Resultante de vectores

Es el resultado (resultante) que se obtiene de un conjunto de vectores mediante una operación vectorial.



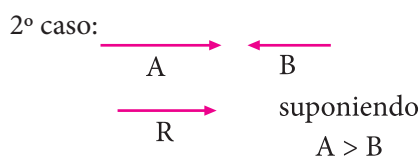
- ▶ Existen diferentes métodos para obtener dicha resultante, entre ellos tenemos:
- ▶ Vectores colineales y paralelos
- ▶ Método del polígono
- ▶ Método del paralelogramo
- ▶ Descomposición rectangular

Vectores colineales y/o paralelos
Para dos vectores colineales y/o paralelos \vec{A} y \vec{B} cuyos módulos son A y B, existen dos casos para obtener una resultante.



$$\boxed{R = A + B}$$

(Resultante máxima)

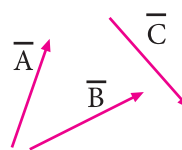


$$\boxed{R = A - B}$$

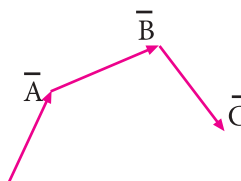
(Resultante mínima)

Método del polígono

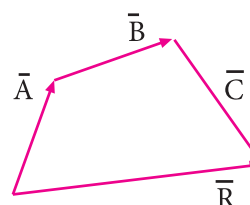
Si se tiene tres o más vectores dispuestos de la siguiente manera.



Lo primero que tenemos que hacer es ordenar los vectores uno a continuación del otro.



Luego, la resultante se traza desde el inicio del primer vector hasta la recta del último vector, tal como se muestra a continuación (vector rojo)

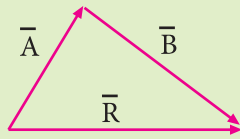


\vec{R} : Vector resultante

Donde:

$$\boxed{\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}}$$
 ¡Esta suma es vectorial no escalar!

Nota:



$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

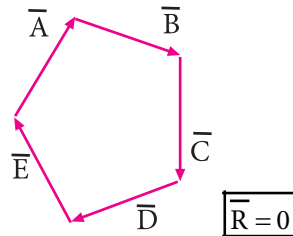
No se cumple:

Si: $|\vec{A}| = 2$ $|\vec{B}| = 3$

$$\Rightarrow \vec{R} = 5 \text{ (Falso)}$$

Solo se cumple si son colineales o paralelos y con el mismo sentido.

Observación: Si al colocar los vectores uno a continuación del otro, se tiene un polígono cerrado, entonces la resultante será nula.



TRABAJANDO EN CLASE

Integral

1. Calcula el módulo de la resultante ($\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$) de los siguientes vectores colineales. $|\vec{A}| = 6\text{cm}$; $|\vec{B}| = 4\text{cm}$; $|\vec{C}| = 5\text{cm}$



Resolución:

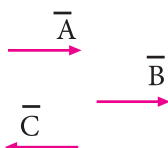
Se establece una convención de signos; si el vector está dirigido hacia la derecha, se le antepone el signo más (+); y si está dirigido hacia la izquierda, se le antepone el signo menos (-).

$$R = +6 - 4 + 5$$

$$R = +7\text{cm}$$

2. De los siguientes vectores mostrados. Calcula el módulo de la resultante ($\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} - \vec{C}$) de los siguientes vectores:

Resolución:



Considerar

$$|\vec{A}| = 12\text{u}; |\vec{B}| = 8\text{u}; |\vec{C}| = 5\text{u}$$

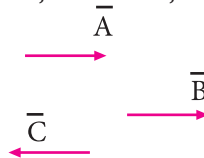
3. Calcula el módulo de la resultante:

$$\vec{R} = 2\vec{C} + \vec{D}; \quad |\vec{C}| = 3\text{cm}; \quad |\vec{D}| = 4\text{cm}$$



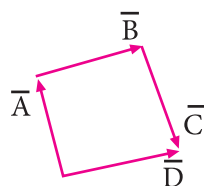
4. Calcula el módulo de la resultante si $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} - \vec{C}$:

$$|\vec{A}| = 4\text{cm}; |\vec{B}| = 3\text{cm}; |\vec{C}| = 5\text{cm}$$



UNMSM

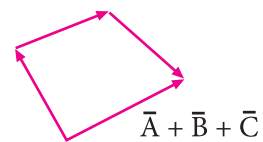
5. Determina el vector resultante en el siguiente gráfico:



Resolución:

Se pide el vector resultante, para lo cual agruparemos los vectores de manera conveniente, usando el método del polígono.

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} \dots (I)$$



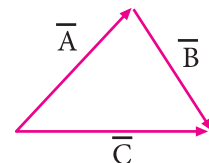
Notamos en la figura:

$$\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \vec{D} \dots (II)$$

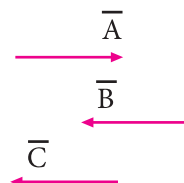
Luego (α) en (I):

$$\vec{R} = 2\vec{D}$$

6. Calcula el vector resultante.



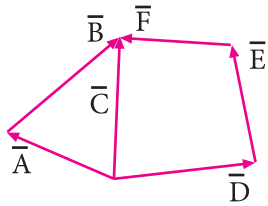
7. Calcula el módulo de la resultante:



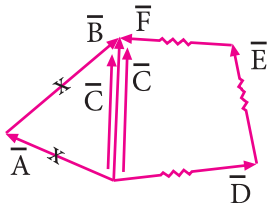
$$\vec{R} = 2\vec{A} + 3\vec{B} - \vec{C}; \text{ si } \vec{A} = 4u;$$

$$\vec{B} = 3u; \vec{C} = 6u$$

8. Calcula el vector resultante.

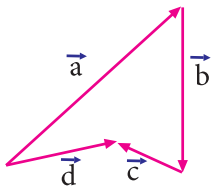


Resolución:



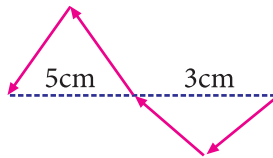
Rpta.: $3\vec{C}$

9. Calcula la resultante de los vectores mostrados.



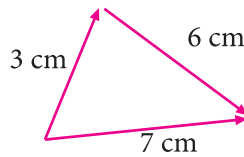
10. Si la máxima resultante de dos vectores es $34u$ y su mínima es $14u$, calcula el módulo de dichos vectores.

11. Calcula el módulo del vector resultante.

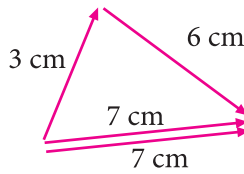


UNI

12. Calcula el módulo del vector resultante.



Resolución:

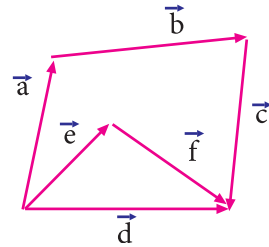


En este caso no se cumple que $3 \text{ cm} + 6 \text{ cm} = 9 \text{ cm}$ porque los vectores no son colineales ni paralelos.

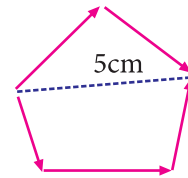
(véase NOTA).

$$|\vec{R}| = 7\text{cm} + 7\text{cm} = 14\text{cm}$$

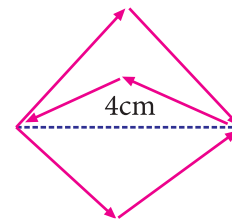
13. Calcula el vector resultante.



14. Calcula el módulo del vector resultante.

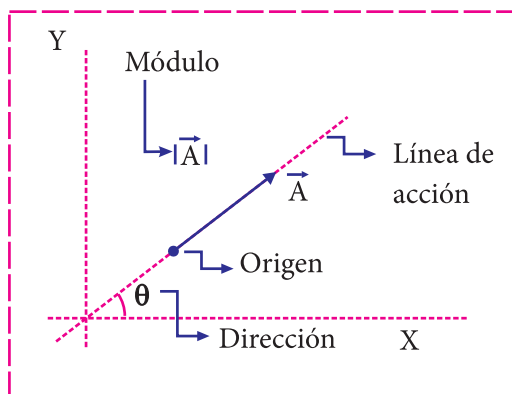


15. Calcula el módulo del vector resultante.

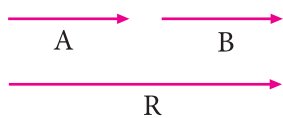


ESQUEMA FORMULARIO

Elementos de un vector

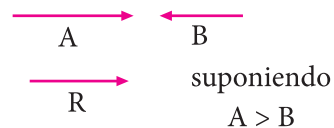


Operaciones con vectores



$$\boxed{R = A + B}$$

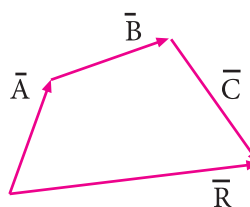
(Resultante máxima)



$$\boxed{R = A - B}$$

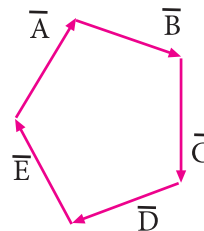
(Resultante mínima)

Método del polígono



$$\boxed{\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}}$$

Polígono cerrado



$$\boxed{\vec{R} = 0}$$