NÚMEROS PRIMOS

I. NÚMERO PRIMO

Es aquel número entero positivo que tiene solo dos divisores: la unidad y el mismo número.

II. NÚMERO COMPUESTO

Son aquellos números enteros positivos que tienen más de dos divisores:

Ejemplos:

4 …. sus divisores son 1; 2; 4

12 ………….. sus divisores son 1; 2; 3; 4; 6; 12

III. NÚMEROS PRIMOS ENTRE SÍ (PESI)

Dado un conjunto de dos o más números, diremos que son primos entre sí, cuando el único divisor común de todos ellos sea la unidad.

Ejemplo:

Sean los números: 8; 12 y 15

8 $\rightarrow$ 1; 2; 4; 8

12 $\rightarrow$ 1; 2; 3; 4; 6; 12

15 $\rightarrow$ 1; 3; 5; 15

Observamos que su único divisor común es la unidad, entonces, 8; 12 y 15 son números primos sí (PESI).

IV. DESCOMPOSICIÓN CANÓNICA

Consiste en descomponer a un número mayor que la unidad, como el producto de sus factores primos deferentes entre sí, elevados a ciertos exponentes enteros positivos.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r|l} 520 & 2 \\ 260 & 2 \\ 130 & 2 \\ 65 & 5 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array} \qquad \Rightarrow 520 = 2^3 . 5 . 13$$

En general, todo número compuesto «N», puede ser expresado de la forma:

$$\boxed{N = A^{\alpha} . B^{\beta} . C^{\gamma}}$$

Donde:

A, B, C son números primos absolutos diferentes;

α, β, γ son números enteros positivos.

- **Principales fórmulas**

1. Cantidad de divisores (CD)

Dado el número: $N = A^{\alpha} . B^{\beta} . C^{\gamma}$

$$\boxed{CD(N) = (\alpha + 1)(\beta + 1)(\gamma + 1)}$$

Ejemplo:

Sea el número $180 = 2^2 . 3^2 . 5$

$CD(180) = (2 + 1)(2 + 1)(1 + 1) = 18$ divisores

2. Suma de divisores SD

Dado el número $N = A^{\alpha} . B^{\beta} . C^{\gamma}$

$$\boxed{SD(N) = \frac{A^{\alpha+1} - 1}{A - 1} . \frac{B^{\beta+1} - 1}{B - 1} . \frac{C^{\gamma+1} - 1}{C - 1}}$$

Ejemplo:

Sea el número $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$

$$SD(120) = \frac{2^4 - 1}{2 - 1} . \frac{3^2 - 1}{3 - 1} . \frac{5^2 - 1}{5 - 1}$$

$SD(120) = 360$

Observaciones:

a) Para todo número entero positivo, se cumple:
Total divisores de un número = Total divisores primos + Total divisores compuestos + 1

b) El número uno (la unidad) no es primo ni compuesto por tener un solo divisor (él mismo).

c) La serie natural de los números primos es ilimitada.

d) La descomposición canónica de un número es única.

e) Los divisores primos de un número son las bases de la descomposición canónica.

Trabajando en clase

Integral

1. ¿Calcula el producto del quinto número primo con el octavo número simple?

2. Si los números $\overline{4a}$; 16 y 18 son PESI, determina suma de los valores que asume «a».

3. Calcula la CD que tienen los números 1980 y 540. Da como respuesta la suma de estos resultados:

PUCP

4. Si $N = 4^a \times 3^b$ tiene $\overline{aa}$ divisores, ¿cuántos divisores tienen $\overline{abba}$?

PUCP 2012 – II

Resolución:

$N = 4^a \times 3^b = 2^{2a} \times 3^b$

$CD = (2a + 1)(b + 1) = \overline{aa}$

$(2a + 1)(b + 1) = 11a$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

$5 \quad 4 \quad 5$

$\overline{abba} = 5445 = 3^2 \times 5 \times 11^2$

$CD = (2 + 1)(1 + 1)(2 + 1) = 18$

5. Si $A = 2^a \times 3^b$ tiene $\overline{\frac{a}{2}\,\mathrm{i}}$,

¿cuántos divisores tiene $\overline{aabb}$?

6. Dado el número 360, determina su cantidad de divisores simples, primos, compuestos y propios. Da como respuesta la suma de estos valores.

7. Calcula el valor de «n» si el número (28×30^n) tiene 350 divisores.

UNMSM

8. Sean $a = 2^n \cdot 3$ y $b = 2 \cdot 3^n$ donde «n» es un entero positivo. Si $a \times b$ tiene 16 divisores positivos, calcula $a - b$

UNMSM 212-II

Resolución:

$a \times b = 2^n \times 3 \times 2 \times 3^n$

$a \times b = 2^{(n+1)} \times 3^{(n+1)}$

$CD = (n + 2)(n + 2)$

$(n + 2)(n + 2) = 16$

$N = 2$

$a = 2^2 \times 3 = 12$

$b = 2 \times 3^2 = 18$

$a - b = 12 - 18 = -6$

9. Sean $M = 2^a \cdot 5$ y $N = 2 \cdot 5^a$ donde «a» es un entero positivo. Si «$M \times N$» tiene 25 divisores positivos, halla $M - N$.

10. Calcula la media aritmética de los divisores del número 1260.

11. ¿Cuántos divisores múltiplos de 15 tiene el número 1200?

UNI

12. Considera el mayor de los números N cuya descomposición en sus factores primos de una cifra es $2^a \cdot 5^3 \cdot m^u \cdot 3^r$, sabiendo que cuando se divide por 40 se obtiene otro número de 54 divisores; y además, $a + u + r < 9$

Calcula la suma de sus cifras

UNI 2013-II

Resolución:

$N = 2^a \times 5^3 \times m^u \times 3^r$

m = 7 divisores de una cifra

$40 = 2^3 \times 5$

$$\frac{2^a \times 5^3 \times m^u \times 3^r}{2^3 \times 5}$$

$= 2^{(a-3)} \times 5^2 \times m^u \times 3r$

$CD = (a-2)(3)(u+1)(r+1) = 54$

$$\underbrace{(a-2)}_{3}\underbrace{(u+1)}_{3}\underbrace{(r+1)}_{2} = 18$$

$a = 5$; $u = 2$ y $r = 1$

$N = 2^5 \times 5^3 \times 7^2 \times 3^1 = 588\,000$

Suma de cifras de:

$N = 5 + 8 + 8 = 21$

13. Considera el mayor de los números N cuya descomposición en sus factores primos de una cifra es $2^a \cdot 5^3 \cdot m^u \cdot 3^r$, sabiendo que cuando se divide por 60 se obtiene otro número de 90 divisores y además $a + u + r < 13$.

Calcula la suma de sus cifra.

14. El número $N = 3^b \cdot 5^a$ (con $a \geq 1$) tiene tres divisores más que $M = 2^a \cdot 5^3$. Determina «a + b».