Materiales Educativos GRATIS

ARITMETICA — QUINTO

LEYES DE ÁLGEBRA PROPOSICIONAL

PROPOSICIONES LÓGICA EQUIVALENTE

Son aquellas que poseen tablas de verdad equivalentes (iguales) siendo posible el uso de una de ellas por la otra. Se denotan

$$p \equiv q$$

Ejemplo:
a: $(p \rightarrow q)$

b: $\sim q \rightarrow \sim p$

p	q	$(p \rightarrow q)$	$\leftrightarrow$	$(\sim q$	$\rightarrow$	$\sim p)$
V	V	V	V	F	V	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V

iguales

Se puede decir también que dos proposiciones son lógicamente equivalentes cuando la proposición bicondicional que las vincula es una tautología, es decir si:

$$(p \Rightarrow q) \underbrace{\rightarrow (p \equiv q)}_{\text{Ley logica}}$$

LEYES DE ÁLGEBRA PROPOSICIONAL

Son equivalencias lógicas que nos permiten reducir esquemas moleculares complejos y expresarlos en forma más sencilla. Las demostraciones de dichas leyes se hacen construyendo la tabla de verdad en cada caso.

PRINCIPALES LEYES

a. Ley de idempotencia

$p \vee p \equiv p$

$p \wedge p \equiv p$

b. Ley conmutativa

$p \vee q \equiv q \vee p$

$p \wedge q \equiv q \wedge p$

c. Ley asociativa

$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$

$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$

d. Ley distributiva

$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

e. Ley de la doble negación

$\sim (\sim p) \equiv p$

f. Ley de identidad

$p \vee V \equiv V; p \vee F = p$

$p \wedge V \equiv p; p \wedge F = F$

g. Leyes de complemento

$p \vee \sim p = V$

$p \wedge \sim p = F$

h. Ley de la condicional

$p \rightarrow q = \sim p \vee q$

i. Ley de la bicondicional

$P \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

$p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$

$p \leftrightarrow q \equiv \sim (p \Delta q)$

j. Ley de absorción

$p \vee (p \wedge q) = p$

$p \wedge (p \vee q) = p$

$p \vee (\sim p \wedge q) = p \vee q$

$p \wedge (\sim p \vee q) = p \wedge q$

k. Leyes de Morgan

$\sim (p \vee q) = \sim p \wedge \sim q$

$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

TRANSPOSICIÓN

$$\boxed{p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p}$$

Ejemplo:

Si Pedro toca guitarra, entonces canta.

p : Pedro toca guitarra.

q : Pedro canta.

Simbología: $p \rightarrow q$

Su equivalente: $\sim q \rightarrow \sim p$

Se lee: Si Pedro no canta, entonces no toca guitarra.

TRANSITIVIDAD

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Si } p \rightarrow q \text{ y } q \rightarrow r \\ \text{entonces: } p \rightarrow r \end{array}}$$

Ejemplos:

- Si estudias, entonces ingresarás.
- Si ingresas, entonces serás profesional.

p: Estudias.

q: Ingresarás.

r: Serás profesional.

Simbología:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ p \rightarrow r \end{array}$$

Conclusión:

Se lee: Si estudias, entonces serás profesional.

CIRCUITOS LÓGICOS

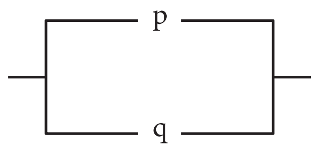
Un circuito conmutador puede estar solamente en dos estados estables: cerrado o abierto, así como una proposición puede ser verdadera o falsa, entonces podemos representar una proposición utilizando un circuito lógico:

1. **Circuito serie:**
   Dos interruptores conecta dos en serie representan una conjunción.

   —— p ——— q ——

   $<> p \wedge q$

2. **Circuito Paralelo:**
   Dos interruptores conectados en paralelo representan una disyunción.



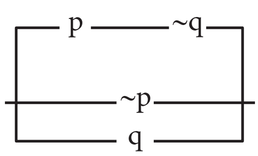
   $<> p \vee q$

Trabajando en clase

Integral

1. Simplifica el siguiente esquema.
   $\sim [\sim (\sim p \vee q) \rightarrow p] \vee q$

2. ¿A qué formula molecular equivale el siguiente circuito?



3. Determina el equivalente de: No es el caso que José es ingeniero y no haya estudiado en la universidad.

PUCP

4. Simplifica el siguiente esquema:
   $(\sim p \wedge q) \rightarrow (q \rightarrow p)$

Resolución:

- Ley del condicional
  $\sim(\sim p \wedge q) \vee (q \rightarrow p)$
  $p \vee \sim q \vee \sim q \vee p$
- Ley de idempotencia
  $\underbrace{(p \vee p)}_{p} \vee \underbrace{(\sim q \vee \sim q)}_{\sim q}$
  $p \quad \vee \quad \sim q$
- Ley de Morgan
  $\sim (\sim p \wedge q)$

5. Simplifica el siguiente esquema:
   $[(\sim p \wedge q) \rightarrow (\sim s \wedge s)] \wedge \sim q$

6. Simplifica el esquema.
   $[(p \wedge \sim q) \wedge (q \rightarrow p) \wedge r] \vee p$

7. Realiza el circuito del siguiente esquema molecular
   $[(p \wedge \sim q) \vee \sim p] \vee q$

UNMSM

8. Señala el equivalente de:

Si Miguel va a la fiesta, entonces realizó su trabajo.

Resolución:

p = Miguel va a la fiesta.

q = Miguel realizó su trabajo

$(p \rightarrow q) \equiv \sim p \vee q$

Miguel no va a la fiesta o realizó su trabajo.

9. Señala el equivalente de:

No es el caso que Pilar no sea escritora y no sepa los signos de puntuación.

10. De las siguientes proposiciones:

a) Si te esfuerzas, entonces serás titular en el equipo de fútbol.

b) Si no eres titular en el equipo de fútbol entonces no te esfuerzas.

c) No te esfuerzas o serás titular en el equipo de fútbol.

¿Cuáles son equivalentes entre si?

11. La negación de

"Hoy es viernes por lo tanto mañana es sábado" es:

UNI

12. Señala el circuito equivalente a la proposición

$$[(p \rightarrow q) \rightarrow p] \wedge [\sim p \rightarrow (\sim p \rightarrow q)]$$

Resolución:

$[(\underbrace{p \rightarrow q}) \rightarrow p] \quad \wedge \quad [\sim p \rightarrow (\sim p \rightarrow q)]$

$\underbrace{[(\sim p \vee q) \rightarrow p]} \qquad \sim(\sim p) \vee (\sim p \rightarrow q)]$

$\underbrace{\sim(\sim p \vee q) \vee p} \qquad p \vee \underbrace{(\sim p \rightarrow q)}$

$\underbrace{(p \vee \sim q)} \qquad \underbrace{p \vee \sim(\sim p) \vee q}$

$p \qquad p \vee (p \vee q)$

$(p \vee q)$

$p \wedge (p \vee q) \equiv p$

—p—

13. Señala el circuito equivalente a la proposición

$\{\sim(p \cap q) \wedge [(p \wedge q) \vee r]\} \wedge \sim q$

14. Indique la fórmula que representa el siguiente circuito lógico: