



Materiales Educativos GRATIS

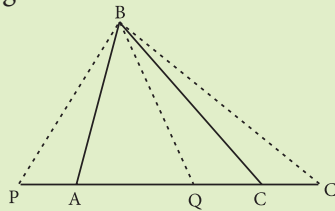
GEOMETRIA

QUINTO

LINEAS NOTABLES ASOCIADOS A LOS TRIÁNGULOS

Ceviana

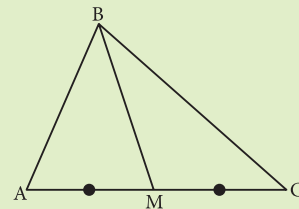
Segmento de recta cuyos extremos son un vértice del triángulo y un punto cualquiera del lado opuesto o su prolongación.



\overline{BQ} : ceviana interior.
 \overline{BP} y \overline{BR} :ceviana exterior.

Mediana

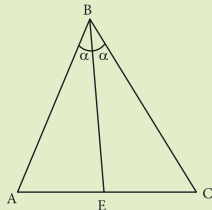
Segmento de recta que tiene por extremos a un vértice del triángulo y al punto medio, del lado opuesto.



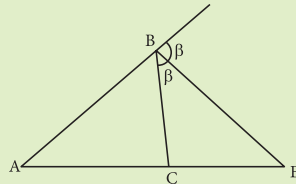
M: punto medio de \overline{AC}
 \overline{BM} :mediana relativa a \overline{AC}

Bisectriz

Ceviana que biseca a un ángulo interior o exterior del triángulo.



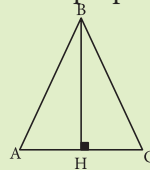
\overline{BE} : bisectriz interior
 relativa a \overline{AC}



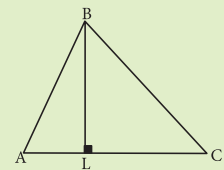
\overline{BE} : bisectriz exterior
 relativa a \overline{AC}

Altura

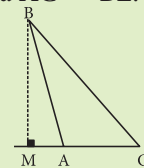
Ceviana perpendicular al lado al cual es relativa.



\overline{BH} : altura relativa a \overline{AC}



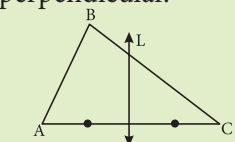
\overline{BL} : altura relativa a \overline{CA}



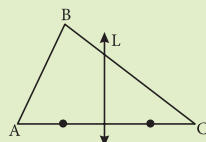
\overline{BM} : altura relativa a \overline{CA}

Mediatriz

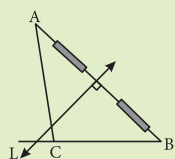
Recta que biseca a un lado del triángulo en forma perpendicular.



\overline{L} : mediatriz de \overline{AC}

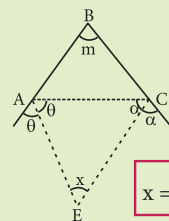


\overline{L} : mediatriz de \overline{CA}

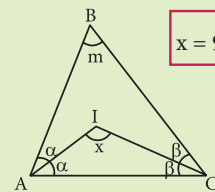


L: mediatriz relativa a \overline{AB}

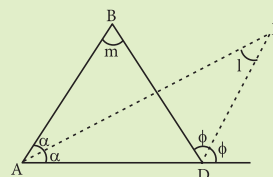
Propiedades



$$x = 90^\circ - \frac{m}{2}$$



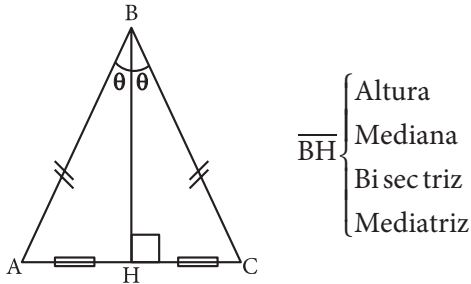
$$x = 90^\circ + \frac{m}{2}$$



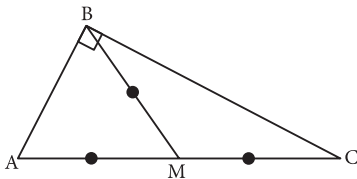
$$x = \frac{m}{2}$$

PROPIEDADES

1. En todo triángulo isósceles.



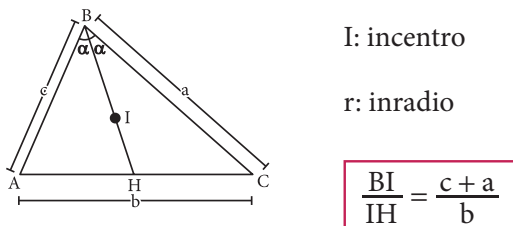
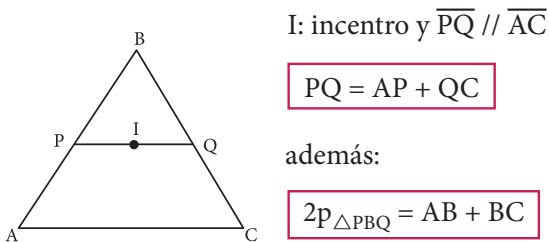
2. En todo triángulo rectángulo.



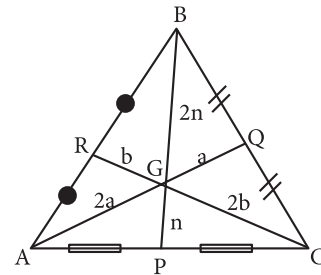
Si $BM \rightarrow$ mediana

$$\Rightarrow AM = MC = BM.$$

3. En todo triángulo, sus bisectrices interiores siempre se interseca en un mismo punto llamado "incentro" por ser el centro de la circunferencia inscrita en el triángulo.

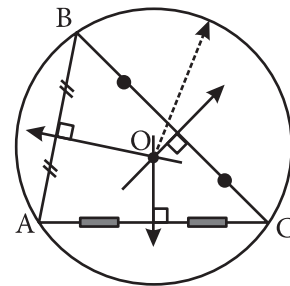


4. El punto de intersección de las medianas de un triángulo se llama baricentro.



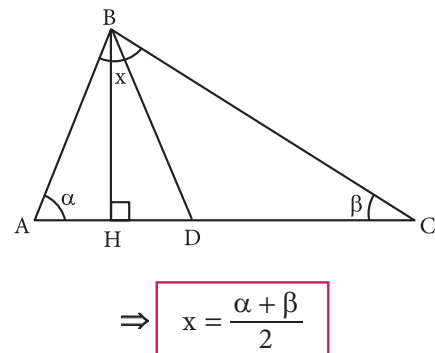
G: baricentro

5. El punto de intersección de las mediatrices se llama "circuncentro"



O: Circuncentro

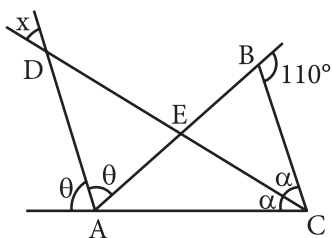
6. Si \overline{BD} es bisectriz del $\angle ABC$



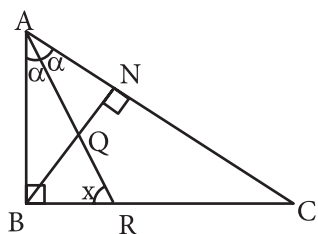
TRABAJANDO EN CLASE

Integral

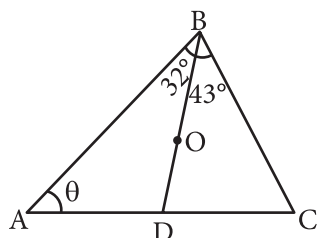
1. Calcula "x".



2. Calcula "x", si: $QR = BR$.



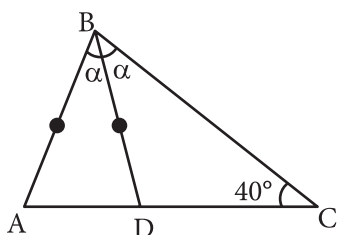
3. Si "O" es el circuncentro del triángulo ABC, calcula "theta".



PUCP

4. Calcula el complemento de "alpha".

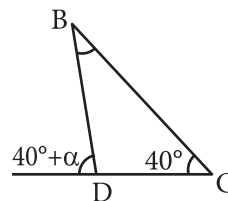
Si \overline{BD} es bisectriz



Resolución.

Piden $C\alpha =$ complemento de $\alpha = 90^\circ - \alpha$

Propiedades de triángulo:



Entonces: $m\angle BDA = 40^\circ + \alpha \dots\dots (1)$

pero:

$\triangle ABD$ es isósceles, $AB = BD$,

por lo tanto $m\angle BAD = 40^\circ + \alpha$.

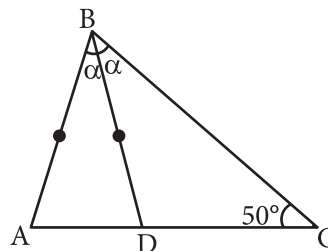
En el $\triangle ABD$ se cumple:

$$40^\circ + \alpha + 40^\circ + \alpha + \alpha = 180^\circ \rightarrow \alpha = 100^\circ/3$$

En (1).

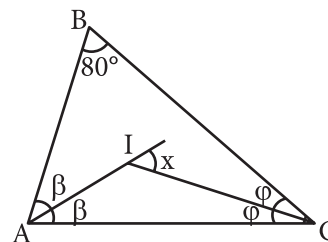
$$90^\circ - \frac{100}{3} = \frac{170}{3} = C\alpha$$

5. Calcula el suplemento de "alpha".



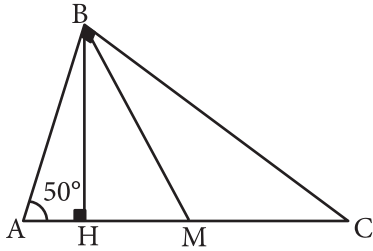
6. En un triángulo ABC se traza por B una paralela al lado \overline{AC} que corta a las prolongaciones de las bisectrices interiores de A y C en M y N, respectivamente. Calcula "MN", si $AB = 6u$ y $BC = 7u$.

7. Calcula "x".



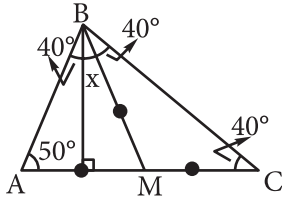
UNMSM

8. Si en el triángulo ABC, \overline{BH} es altura y \overline{BM} es mediatriz calcula $m\angle MBH$



Resolución:

Piden $m\angle MBH = x$, en el problema aplicamos la propiedad



entonces: $m\angle ABH = 40^\circ$
 $m\angle BCA = 40^\circ$
 $m\angle CBM = 40^\circ$

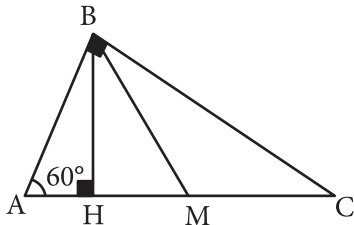
Por lo tanto:

$$m\angle ABH + m\angle HBM + m\angle MBC = 90^\circ$$

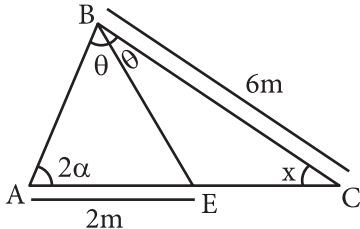
$$40^\circ + x + 40^\circ = 90^\circ$$

$$x = 10^\circ$$

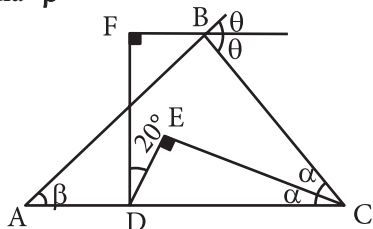
9. Si en el triángulo ABC, \overline{BM} es mediana del triángulo ABC. Calcula $m\angle MBH$.



10. Calcula "AB".

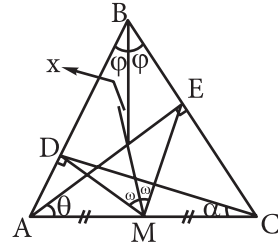


11. Calcula "beta"



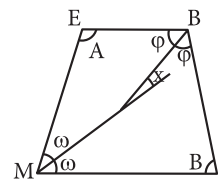
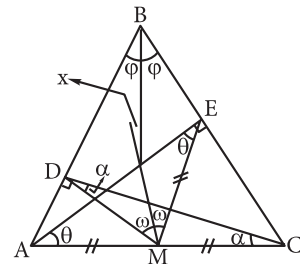
UNI

12. Calcula "x" en función de "theta" y "alpha"



Resolución:

Piden "x" en función de "theta" y "alpha" aplicamos la propiedad de la mediana

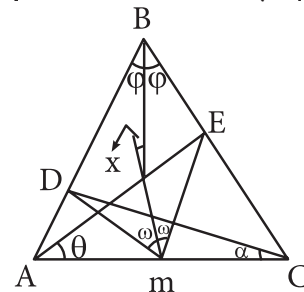


Donde:
 $m\angle A = 90^\circ + \theta$
 $m\angle B = 90^\circ + \alpha$

entonces el cuadrilátero DBEM.

$$\frac{90 + \theta - (90 + \alpha)}{2} = \frac{\theta - \alpha}{2} = x$$

13. Calcula "beta" en función de "x" y "phi"



14. Si en el triángulo ABC, "H" es el ortocentro, "I" es el incentro, determina la relación entre alpha, theta y beta

