LEYES DE EXPONENTES DE LA RADICACIÓN

• Marco teórico

1. Radicación

Es la operación en la que, dados dos números llamados cantidad subradical e índice, se requiere hallar otro número llamado raíz.

Índice

$$\sqrt[n]{x} = y \qquad ; n \in \mathbb{N};\ n \geq 2;\ x \geq 0$$

Raíz

Radicando o cantidad subradical

Si $\sqrt[n]{x} = y \rightarrow x = y^n$

Ejemplos:

- $\sqrt{64} = 8$ pues $64 = 8^2$
- $\sqrt[3]{-8} = -2$ pues $-8 = (-2)^3$

2. Ley de signos

- $\sqrt[\text{Par}]{+} = +$
- $\sqrt[\text{Impar}]{+} = +$
- $\sqrt[\text{Par}]{-} =$ No existe en $\mathbb{R}$
- $\sqrt[\text{Impar}]{-} = -$

3. Exponente fraccionario

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$$

También

$$\sqrt[n]{x^n} = x^{\frac{n}{n}}$$

Ejemplos:

- ❖ $64^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{64}^{\,2} = 4^2 = 16$
- ❖ $\sqrt[3]{x}^{\,5} = x^{\frac{5}{3}}$

4. Teoremas

4.1. Raíz de un producto

$$\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x \cdot y}$$

También

$$\sqrt[n]{x \cdot y} = \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y}$$

Ejemplos:

- ❖ $\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$
- ❖ $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{27} = 3$

4.2. Raíz de una división

$$\sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} \quad \text{También} \quad \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$$

Ejemplo:

$$\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2}$$

4.3. Raíz de raíz

$$\sqrt[n]{\sqrt[p]{\sqrt[m]{x}}} = \sqrt[n.p.m]{x}$$

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{\sqrt{x}} = \sqrt[3(2)]{x} = \sqrt[6]{x}$$

4.4. Raíces sucesivas

$$\sqrt[3]{x^2\sqrt[2]{x^2\sqrt[4]{x}}} = \sqrt[3\cdot2\cdot4]{x^{(2.2+2)4+1}}$$
$$= \sqrt[24]{x^{25}}$$

5. Ecuación exponencial

Teorema

$a^x = b^x$; $\forall\ a \neq b$
$x = 0$

Ejemplo:

$$3^{\sqrt{x}-3} = 5^{\sqrt{x}-3}$$

$$\rightarrow \sqrt{x} - 3 = 0$$
$$\sqrt{x} = 3$$
$$x = 9$$

Trabajando en Clase

Integral

1. Calcula

$$A = \sqrt[6]{\sqrt[4]{2^{48}}} - \sqrt[3]{\sqrt{3^{24}}} - \sqrt[5]{-243}$$

2. Resuelve:

$$B = \sqrt[4]{27}\cdot\sqrt[5]{2}\cdot\sqrt[4]{3}\cdot\sqrt[5]{16}$$

3. Reduce:

$$C = \sqrt{x^3\sqrt{x^5\sqrt[3]{x^2}}}$$ y señala el exponente final de «x».

Católica

4. Resuelve:

$$\sqrt[6]{9^{4m+5}} = \sqrt[4]{3^{2m+3}}$$

Resolución:

MCM (4; 6) = 12

$$\left(\sqrt[\cancel{6}]{9^{4m+5}}\right)^{\cancel{12}} = \left(\sqrt[4]{3^{2m+3}}\right)^{\cancel{12}}$$

$$\left(9^{4m+5}\right)^2 = \left(3^{2m+3}\right)^3$$

$$9^{8m+10} = 3^{6m+9}$$

$$\left(3^2\right)^{8m+10} = 3^{6m+9}$$

$$3^{16m+20} = 3^{6m+9}$$

$$16m + 20 = 6m + 9$$

$$10m = -11$$

$$m = -\frac{11}{10}$$

5. Resuelve:

$$\sqrt[5]{5^{4+3m}} = \sqrt[3]{5^{2+m}}$$

6. Resuelve:

$$\sqrt[x]{27} = \sqrt[x+2]{81}$$

7. Resuelve:

$$\sqrt[5]{3^{x-2}} = \sqrt[5]{7^{x-2}}$$

UNMSM

8. Calcula:

$$A = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2^{-1}} + \left(\frac{1}{27}\right)^{-3^{-1}} + \left(\frac{1}{625}\right)^{-2^{-2}}$$

Resolución:

$$A = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2^{-1}} + \left(\frac{1}{27}\right)^{-3^{-1}} + \left(\frac{1}{625}\right)^{-2^{-2}}$$

$$A = 4^{\frac{1}{2}} + 27^{\frac{1}{3}} + 625^{\left(\frac{1}{2}\right)^2}$$

$$A = \sqrt{4} + \sqrt[3]{27} + 625^{\frac{1}{4}}$$

$$A = 2 + 3 + \sqrt[4]{625}$$

$$A = 5 + 5$$

$$A = 10$$

9. Calcula:

$$B = 27^{3^{-1}} + 16^{2^{-2}} - 121^{2^{-1}}$$

10. Calcula:

$$S=\sqrt{7}\cdot\sqrt{7}\cdot\sqrt[3]{3}^{\left(\sqrt[5]{3}^{\sqrt{5}}\right)^{\sqrt{5}}}$$

11. Calcula el exponente final de «x» en:

$$A=\frac{\sqrt[5]{x^3}\cdot\sqrt[5]{x^7}\cdot\sqrt[5]{x^{11}}}{\sqrt[5]{x^2}\cdot\sqrt[5]{x^4}}$$

UNI

12. Calcula:

$$B=64^{-32^{-5^{-1}}}$$

Resolución:

$$B=64^{-32^{-\frac{1}{5}}}\rightarrow 64^{-\left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{1}{5}}}\Rightarrow 64^{\sqrt[5]{\frac{1}{32}}}$$

$$B=64^{-\frac{1}{2}}\Rightarrow B=\left(\frac{1}{64}\right)^{\frac{1}{2}}\Rightarrow B=\sqrt[2]{\frac{1}{64}}$$

$$B=\frac{1}{8}$$

13. Calcula:

$$B=27^{-81^{-4^{-1}}}$$

14. Calcula:

$$\sqrt[m]{2^{m+4}}\cdot\sqrt[m]{4^{m+1}}\cdot\sqrt[m]{8^{m-2}}$$