



# Materiales Educativos GRATIS

## ALGEBRA

## SEGUNDO

# LEYES DE EXPONENTES DE LA POTENCIACIÓN

### Marco teórico

#### 1. Exponente Natural

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a}_{n \text{ veces}} \quad a; n \in \mathbb{N}$$

Ejemplos:

$$\bullet a^3 = \underbrace{a \cdot a \cdot a}_{3 \text{ veces}} \quad \bullet x^{50} = \underbrace{x \cdot x \dots x}_{50 \text{ veces}}$$

#### 2. Exponente Cero

$$\boxed{a^0 = 1}; \forall a \neq 0 \quad \text{Observación: } 0^0 \rightarrow \text{No definido.}$$

Ejemplos:

$$\bullet 30^0 = 1 \quad \bullet (-3)^0 = 1$$

#### 3. Exponente Negativo

$$\boxed{a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n}; \forall a \neq 0$$

Ejemplos:

$$\bullet 5^{-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 \quad \bullet \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 3^2 \quad \bullet \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2$$

#### 4. Leyes de Exponentes

A. Productos de bases iguales

$$\boxed{a^n \cdot a^m \cdot a^p = a^{n+m+p}}$$

Ejemplos:

$$\bullet \overbrace{x^3 \cdot x^2 \cdot x^1} = x^{3+2+1} = x^6$$
$$\bullet x^5 \cdot x^{-7} \cdot x^3 = x^{5-7+3} = x^1 = x$$

B. División de bases iguales

$$\boxed{\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}}; \forall a \neq 0$$

Ejemplos:

$$\bullet \frac{x^3}{x^2} = x^{3-2} = x$$
$$\bullet \frac{x^5}{x^{-3}} = x^{5-(-3)} = x^{5+3} = x^8$$

#### Potencia de potencia

$$\left(a^{n \cdot m}\right)^p = a^{n \cdot m \cdot p}$$

Ejemplos:

$$\bullet a^{3 \cdot -2} = a^{-6}$$
$$a^{-2 \cdot -3} = a^{-2 \cdot -3} = a^6$$

D. Potencia de un producto

$$\boxed{a \cdot b^n = a^n \cdot b^n}$$

También

$$\boxed{x^a \cdot y^a = (x \cdot y)^a}$$

Ejemplos:

$$\bullet (x^3 \cdot y)^2 = (x^3)^2 \cdot (y)^2 = x^6 \cdot y^2$$
$$\bullet 5^x \cdot 6^x = (5 \cdot 6)^x = 30^x$$

E. Potencia de una división

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}}; \quad \boxed{\frac{x^a}{y^a} = \left(\frac{x}{y}\right)^a}$$

Ejemplos:

$$\bullet \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3^2}{5^2} = \frac{9}{25}$$
$$\bullet \frac{10^x}{5^x} = \left(\frac{10}{5}\right)^x = 2^x$$

#### 5. Ecuación exponencial

Es aquella ecuación que lleva la incógnita en el exponente.

Ejemplo:

$$3^{2x} = 81 \rightarrow 3^{2x} = 3^4$$
$$\rightarrow 2x = 4$$
$$x = 2$$

#### 6. Ecuación Trascendente

La incógnita aparece en la base y el exponente a la vez.

Ejemplo:

$$x^x = 4; \quad (x-2)^{(x-2)} = 256$$
$$x^x = 2^2 \quad (x-2)^{(x-2)} = 4^4 \rightarrow (x-2) = 4$$
$$x = 2 \quad (x-2)^{(x-2)} = 4^4 \rightarrow (x-2) = 4$$

$$x = 6$$

## • Trabajando en Clase

### Integral

1. Reduce:

$$H = \frac{(x^2 \cdot y^5)^3 \cdot (x^4 \cdot y^3) \cdot (x \cdot y)^3}{(x^4 \cdot y^5)^3 \cdot (x^2 \cdot y)^3}$$

2. Reduce:

$$B = \frac{\overbrace{x \cdot x \cdot \dots \cdot x}^{(2n-3)\text{veces}} \cdot \overbrace{x \cdot x \cdot \dots \cdot x}^{(n+15)\text{veces}}}{\overbrace{x \cdot x \cdot \dots \cdot x}^{(3n-2)\text{veces}}}$$

3. Reduce:

$$A = (x^4)^2 \cdot x^{(-4)^2} \cdot x^{-4^2} \cdot (x^{-4})^2$$

### Católica

4. Resuelve:  $9^{x+2} = 27^{x-3}$

Resolución:

$$9^{x+2} = 27^{x-3}$$

$$9^{x+2} = 27^{x-3}$$

$$(3^2)^{x+2} = (3^3)^{x-3}$$

$$3^{2x+4} = 3^{3x-9}$$

$$\rightarrow 2x + 4 = 3x - 9$$

$$13 = x$$

5. Resuelve:

$$32^{x-1} = 8^{x+3}$$

6. Resuelve:

$$2^{x+1} \cdot 4^{x+3} = 16$$

7. Resuelve:

$$3(x-3)^{(x-3)} = 81$$

### UNMSM

8. Calcula:

$$B = \frac{\left(\frac{1}{243}\right)^{-4}}{\left(\frac{1}{27}\right)^{-2} \left(\frac{1}{81}\right)^{-3}}$$

Resolución:

$$B = \frac{\left(\frac{1}{243}\right)^{-4}}{\left(\frac{1}{27}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{81}\right)^{-3}} = \frac{(243)^4}{(27)^2 \cdot (81)^3}$$

$$B = \frac{(3^5)^4}{(3^3)^2 \cdot (3^4)^3} = \frac{3^{20}}{3^6 \cdot 3^{12}}$$

$$B = \frac{3^{20}}{3^{18}} = 3^2 = 9$$

9. Calcula:

$$N = \frac{\left(\frac{1}{32}\right)^{-4}}{\left(\frac{1}{8}\right)^{-3} \left(\frac{1}{16}\right)^{-2}}$$

10. Calcula:

$$A = \left[ \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} + \left(\frac{27}{10}\right)^{-1} + \left(\frac{3}{5}\right)^{-3} \right]$$

11. Reduce:

$$P = \frac{15^5 \cdot 14^3 \cdot 24}{30^2 \cdot 35^3 \cdot 6^4}$$

### UNI

12. Reduce:

$$B = \frac{2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3}}{2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3}}$$

Resolución:

$$B = \frac{2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3}}{2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3}} = \frac{2^{x+1}(1 + 2^1 + 2^2)}{2^{x-3}(2^2 + 2^1 + 1)}$$

$$B = \frac{2^{x+1}}{2^{x-3}} = 2^{\cancel{x}+1-\cancel{x}+3} = 2^4 = 16$$

13. Reduce:

$$A = \frac{3^{x+4} + 3^{x+3} + 3^{x+2}}{3^{x-2} + 3^{x-3} + 3^{x-4}}$$

14. Resuelve:

$$2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 448$$