



# Materiales Educativos GRATIS

## ARITMETICA

## QUINTO

# PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

### CONCEPTO

Se dice que un grupo de números están en progresión geométrica (PG), cuando cada uno de ellos es igual al anterior multiplicado por una cantidad constante llamada razón (k).

Ejemplos:

$$1; 2; 4; 8; \dots$$

Forma general:

$$a; aK; aK^2; aK^3; \dots$$

Representación:

PG de "n" términos

$$t_1; t_2; t_3; \dots; t_n$$

Razón:

$$K = \frac{t_n}{t_{(n-1)}}$$

- Si:  $q > 1 \rightarrow$  la progresión es creciente
- Si:  $0 < q < 1 \rightarrow$  la progresión es decreciente
- Si:  $q < 0 \rightarrow$  la progresión es oscilante

Término enésimo ( $t_n$ )

$$t_n = t_1 \times K^{n-1}$$

Suma de los "n" términos de una PG ( $S_n$ )

$$S_n = t_1 \frac{k^n - 1}{k - 1}$$

Término central ( $t_c$ )

$$t_c = \sqrt{t_1 \# t_n}$$

## Trabajando en clase

### Integral

1. Determina el número de términos de una PG de extremos 3 y 24, de razón  $\sqrt[5]{2}$
2. Determina la razón de una progresión geométrica de 16 términos si el último es 27 veces el primero.
3. Determina el primer término de una PG si la diferencia entre el tercer y sexto término es 26 y el cociente 27.

### PUCP

4. Resuelve:  
 $3^x + 3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} + 3^{x-4} = 363$

PUCP 2013 - II

### Resolución:

Se trata de una progresión geométrica de razón  $1/3$

Factorizando  $3^x$

$$3^x \left[ 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} \right] = 363$$

$$3^x \times \frac{1^5 - 1}{\frac{1}{3} - 1} = 363$$

$$3^x = 81 \times 3 = 3^5$$

Igualando exponentes:  $x = 5$

5. Resuelve la siguiente progresión geométrica:

$$4^x + 4^{x-1} + 4^{x-2} + 4^{x-3} + 4^{x-4} + 4^{x-5} = 5460$$

6. Sea la PG: 3; 6; 12; 24; ...

¿Cuántos términos deben tomarse para que sumen 3069?

7. Determina el duodécimo término de la progresión geométrica si el primer término es  $\frac{1}{1024}$  y su razón es 2.

### UNMSM

8. Al sumar un mismo número a 20; 50 y 100, respectivamente, los tres números resultantes forman una progresión geométrica creciente. Determina la razón.

UNMSM 2012-II

Resolución:

Los números son:

$(20 + a)$ ;  $(50 + a)$  y  $(100 + a)$

$$(20 + a) \times r = 50 + a$$

$$20 + a = \frac{30}{r-1} \dots\dots\dots (1)$$

$$(20 + a) \times 2r = 100 + a$$

$$20 + a = \frac{80}{2r-1} \dots\dots\dots (2)$$

Igualando 1 y 2, obtenemos

$$\frac{30}{r-1} = \frac{80}{2r-1}$$

$$30(2r-1) = 80(r-1)$$

$$20r = 50$$

$$r = \frac{5}{2}$$

9. Si a los números 7; 19 y 43 se les suma un mismo número, los tres números resultantes forman una progresión geométrica creciente. Determina la razón.

10. El primer término de una progresión geométrica es 2 y el último, 64. Si consta de seis términos, encuentra la razón y el cuarto término.

11. La suma de los tres primeros términos de una progresión geométrica es 63 y el producto 1728. Encuentra el mayor de estos números.

**UNI**

12. Sea:  $S_n(x) = x + x^2 + \dots + x^n$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .  
Determina el valor de  $S_n \frac{3}{2} - S_n \frac{1}{2}$ .

**UNI 2013-I**

**Resolución:**

Es una progresión geométrica de razón "x"

$$S_n(x) = x \frac{x^n - 1}{x - 1} n$$

Ahora calculamos:

$$S_n \frac{3}{2} - S_n \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \frac{3^n - 1}{3 - 1} - \frac{1}{2} \frac{1^n - 1}{1 - 1}$$

$$= 3 \frac{3^n - 1}{2} - 1_n$$

$$S_n \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \frac{1^n - 1}{1 - 1}$$

$$= 3 - \frac{1^n - 1}{2}$$

$$S_n \frac{3}{2} - S_n \frac{1}{2}$$

$$= 3 \frac{3^n - 1}{2} + \frac{1^n - 1}{2} - 4$$

13. Sea:

$$S_n(a) = a + a^3 + \dots + a^n$$

$a \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

Determina el valor de:

$$S_{n(9)} - S_{n(5)}$$

14. Las edades de Nely, Ana y Pilar están en progresión geométrica y suman 117. Si el término central es 27, encuentra la razón.