



LA FUNCIÓN, DOMINIO Y RANGO

A continuación estudiaremos una clase especial de relaciones llamadas funciones de A en B.

I. DEFINICIÓN

Dados dos conjuntos no vacíos A y B y una relación $F \subset A \times B$, definimos a F como función de A en B si y solamente si, para cada $x \in A$ existe a lo más un elemento $y \in B$, tal que el par ordenado $(x; y) \in F$. Esto significa que dos pares ordenados distintos no pueden tener la misma primera componente.

Ejemplo:

Dados los conjuntos

$A = \{1; 2, 3\}$ y $B = \{a; b; c; d; e\}$

serán funciones?

1) $f = \{(1; b)(2; a)(3, d)\}$

2) $g = \{(1; b)(1; c)(2; a)(3; e)\}$

Resolución:

1) Graficando:

$f = \{(1; b), (2; a), (3; d)\}$

Diagrama sagital

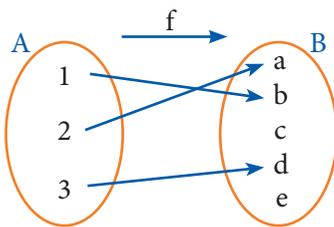
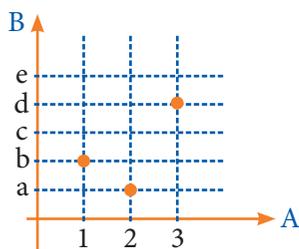


Diagrama Cartesiano



Si es una función de $A \rightarrow B$; porque a cada elemento de A le corresponde uno y solamente un único elemento de B.

Vemos que es necesario que se cubra a todo el conjunto B.

2) Graficando:

$g = \{(1; b)(1; c)(2; a)(3; e)\}$

Diagrama sagital

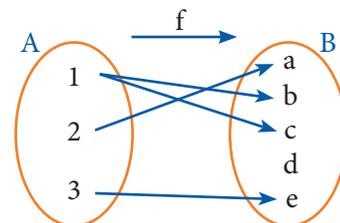
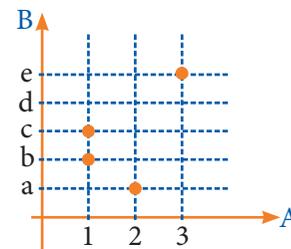


Diagrama Cartesiano



No es una función de $A \rightarrow B$, porque a un mismo elemento de A; «el 1» le corresponde dos elementos de B, que son «b» y «c», incumpliendo con la definición de función.

Sin embargo es una relación.

II. DOMINIO Y RANGO DE UNA FUNCIÓN

Sea: $f: A \rightarrow B$; una función

Dominio de una función (D_f)

Es el conjunto denotado por D_f , que agrupa a todas las primeras componentes de los pares ordenados $(a; b) \in f$.

Ejemplo:

$f = \{(-2; 3)(1; 4)(0, 1)\}$

$\rightarrow D_f = \{-2; 1; 0\}$

Rango de una función (R_f)

Es el conjunto denotado por R_f , que agrupa a todas las segundas componentes de los pares ordenados $(a; b) \in f$.

Ejemplo:

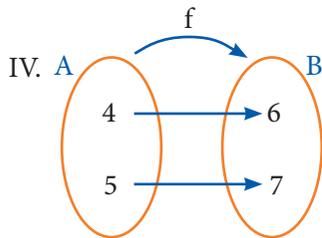
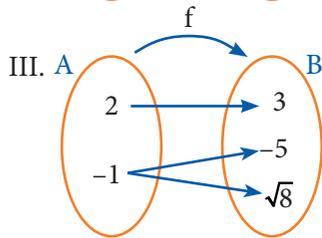
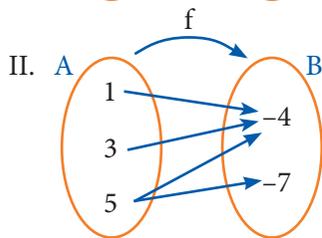
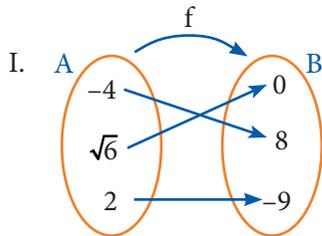
$f = \{(5; 3)(2; 1)(-1, 2)\}$

$\rightarrow R_f = \{3; 1; 2\}$

Trabajando en clase

Integral

1. ¿Cuál de los siguientes gráficos representa a una función?



2. ¿Cuál de las siguientes relaciones no representa a una función?
- $R = \{(4; 3)(2; 5)(5; 7)\}$
 - $R = \{(-2; 0)(-2; -2)(-5; 4)\}$
 - $R = \{(-4; 3)(3; 3)(7; 3)\}$
 - $R = \{(5; 5)(9; -4)(-4; 8)\}$
 - $R = \{(2; 3)(3; 2)\}$

3. Sea la función F
 $F = \{(1; 3)(2; 4)(1; a + 1)(5; 6)\}$
 Calcula «a»

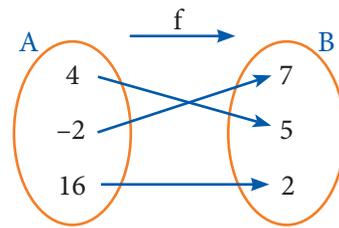
Católica

4. Calcula el dominio de la función
 $F = \{(4; 6)(-3; 1)(6; 4)(15; -9)\}$

Resolución:

Tomamos los primeros elementos
 $D_f = \{4; -3; 6, 15\}$

5. Calcula el rango de la función
 $F = \{(2; 8)(-9; 4)(-11; 7)(14; 16)\}$
6. Sea la función
 $F = \{(2; 6)(-4; 5)(13; -3)(-7; 8)\}$
 Además «m» es la suma de elementos del dominio y «n» es la suma de elementos del rango, calcula: «m - n»
7. Según la siguiente gráfica de la función F



calcula: $A = \frac{F(4) + F(-2)}{F(16)}$

UNMSM

8. Si:
 $F = \{(2; a - 7)(5; b + 3)(2; -4)(5; 3)\}$
 es función, calcula «a + b»

Resolución:

En este problema, aparentemente $(2; a - 7)$ y $(2; -4)$ rompen la definición de función pues el elemento 2 tendría dos correspondencias. Entonces, observa que la única manera de que esos elementos cumplan con la definición es que sus segundas componentes sean iguales.

$$\begin{aligned} \rightarrow a - 7 &= -4 \\ a &= 3 \end{aligned}$$

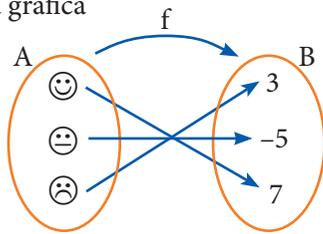
De la misma manera analizamos los elementos $(5; b + 3)$ y $(5; 3)$

$$\begin{aligned} \rightarrow b + 3 &= 3 \\ b &= 0 \end{aligned}$$

$$\therefore a + b = 3 + 0 = 3$$

9. Si:
 $F = \{(3; m - 1)(4; n + 2)(3; -5)(4; 7)\}$
 es función, calcula «m.n»

10. Según la gráfica



Calcula: $A = f(\text{😊}) + f(\text{😐}) + f(\text{😞})$

11. Si:

$F = \{(3; a + 9)(5; 6)(3; 6)(5; b - 3)\}$ es una función, calcula «a - b»

UNI

12. Sea la función:

$$F = \{(1; 5)(-2; 3)(4; 5)(-1; 2)\}$$

Calcula: $A = \frac{F(-2) + F(4)}{F(1) + F(-1)}$

Resolución:

De la función se tiene:

$$F(1) = 5$$

$$F(-2) = 3$$

$$F(4) = 5$$

$$F(-1) = 2$$

Reemplazando en:

$$A = \frac{3 + 5}{5 + 2} = \frac{8}{7}$$

13. Sea la función $G = \{(-1; 2)(3; 4)(0; 12)\}$

Calcula: $B = \sqrt[G(-1)]{G(3) + G(0)}$

14. Sea la función:

$$F = \{(2; a + 2)(9; 7)(2; 5)(9; b + 3)(a, 7)(b; 1)\}$$

Calcula la suma de los elementos del dominio.