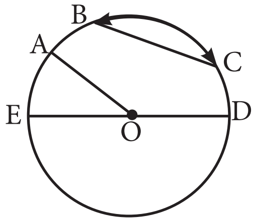
Materiales Educativos GRATIS

GEOMETRIA SEGUNDO

LA CIRCUNFERENCIA Y SUS PROPIEDADES

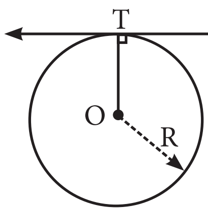
Circunferencia

Es el conjunto de puntos de un plano, que equidistan de otro llamado centro «O», donde $\overline{OA}$ se llama radio. Además, sus elementos son: $\overline{BC}$ cuerda y $\overset{\frown}{BC}$ arco. Si una cuerda contiene el centro, se le llama diámetro $\overline{ED}$.



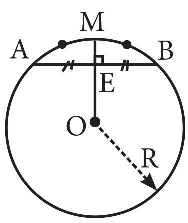
Propiedades

1. En toda circuferencia, el radio que interseca a una recta tangente en el punto de tangencia, forma un ángulo recto con la recta.



OT: radio
$m\angle OTP = 90°$

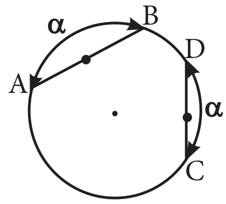
2. En toda circunferencia, el radio que es perpendicular a toda cuerda, la biseca. Y también biseca al arco que define la cuerda sobre la circunferencia.



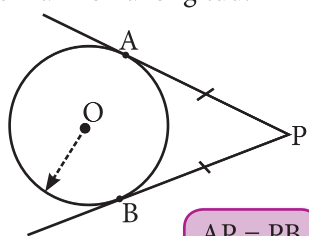
$\overline{OM}$ es radio; $\overline{ME}$: flecha;
$\overline{AB}$: cuerda; $\overline{OM} \perp \overline{AB}$
Luego, AE = EB
En el arco $\overset{\frown}{AMB}$, se cumple
$m\overset{\frown}{AM} = m\overset{\frown}{MB}$

Además, se llama flecha relativa a la cuerda $\overline{AB}$, la porción del radio $\overline{ME}$ comprendida entre la cuerda y la circunferencia.

3. En una circunferencia, en la que se han trazado 2 cuerdas de la misma longitud, estas determinan arcos de igual medida.



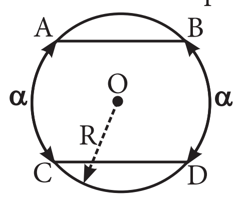
4. En toda circunferencia, los segmentos tangentes trazados desde un punto exterior tienen la misma longitud.



AP = PB

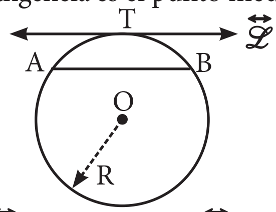
Donde A y B son puntos de tangencia.

5. En toda circunferencia, las cuerdas paralelas determinan arcos de igual medida entre las paralelas.



$\overline{AB}//\overline{CD}$; luego $m\overset{\frown}{AC} = m\overset{\frown}{BD}$

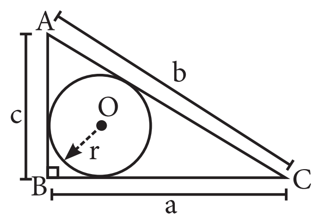
6. En toda circunferencia, al trazar una cuerda paralela a una recta tangente, el arco determinado por la cuerda queda dividido en 2 arcos de igual longitud, donde el punto de tangencia es el punto medio.



$\overleftrightarrow{\mathscr{L}}$; recta tangente $\overleftrightarrow{\mathscr{L}}//\overline{AB}$
Luego, $m\overset{\frown}{AT} = m\overset{\frown}{TB}$
El punto T es punto medio del arco $\overset{\frown}{AB}$.

Teorema de Poncelet

En todo triángulo rectángulo, la suma de longitudes de los catetos es igual a la longitud de la hipotenusa más el doble del inradio.



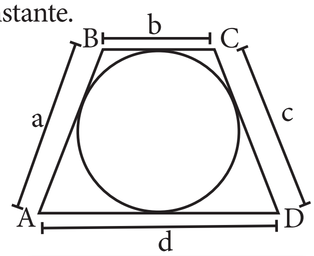
AB + BC = AC + 2R

c + a = b + 2R

r: inradio del ◺ABC

Teorema de Pitot

En todo cuadrilátero circunscrito a una circunferencia, la suma de las longitudes de los lados opuestos es constante.

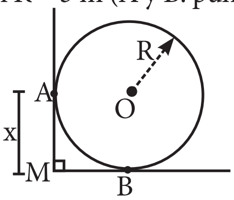


AB + CD = BC + AD

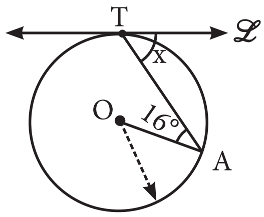
a + c = b + d

Trabajando en clase

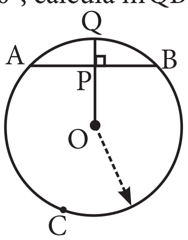
1. Calcula «x» si R = 3 m (A y B: puntos de tangencia)



2. Calcula «x» si T es punto de tangencia. ($\overleftrightarrow{\mathscr{L}}$: recta tangente)

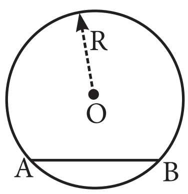


3. Si m$\widehat{ACB}$ = 200°, calcula m$\widehat{QB}$.



PUCP

4. Si R = 13 m y la distancia de O hacia $\overline{AB}$ es 5 m, calcula AB.

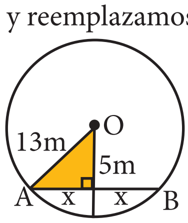


Resolución

Piden: AB = 2x

Trazamos R ⊥ $\overline{AB}$

Trazamos $\overline{OA}$, y reemplazamos los datos.



Por el teorema de Pitágoras, en el triángulo sombreado.

Luego: $x^2 + 5^2 = 13^2$

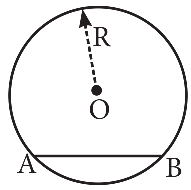
$x^2 + 25 = 169$

$x^2 = 144 \Rightarrow x = 12$ m

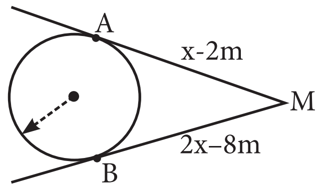
Finalmente, AB = 2(12)

$\Rightarrow$ AB = 24 m

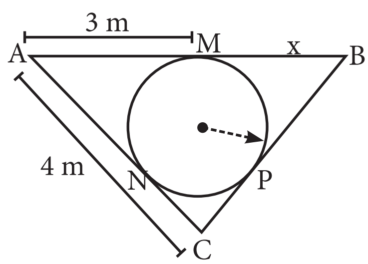
5. Si R = 17 m y la distancia de O hacia $\overline{AB}$ es 8 m, calcula AB.



6. Calcula «x», si A y B son puntos de tangencia.

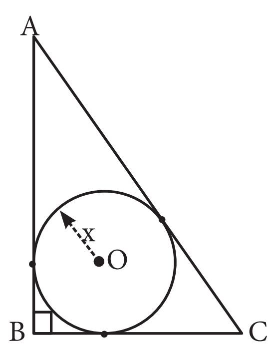


7. Calcula «x» si BC = 6 m, además M, N y P son puntos de tangencia.



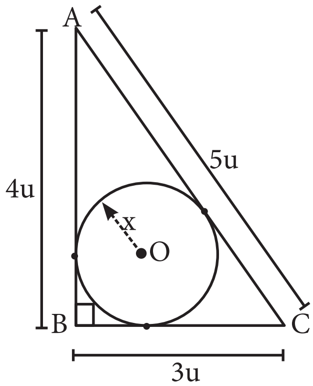
UNMSM

8. Calcula «x» si AB = 4u y BC = 3u.



Resolución:

Reemplazando los datos en la figura, tenemos:



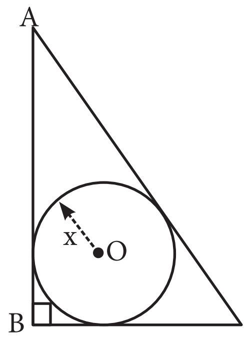
El $\triangle$BAC es pitagórico

Finalmente, por el teorema de Pitágoras tenemos:

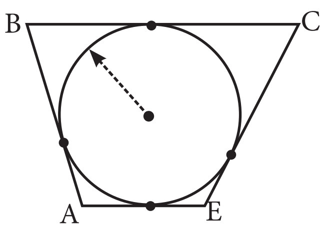
$3 + 4 = 5 + 2x$

$7 = 5 + 2x \quad \Rightarrow 2 = 2x \Rightarrow \; x = 1$ u

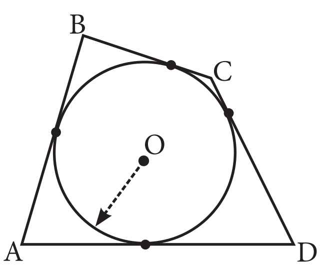
9. Calcula x si AB = 15 m y BC = 8 m.



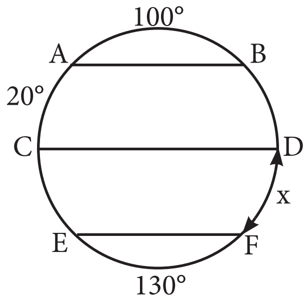
10. Calcula BC si AE = 4m, AB = 5m y EC = 8 m.



11. Calcula el perímetro del cuadrilátero ABCD si se sabe que AB = 10 cm y CD = 8 cm.



12. Calcula «x», si $\overline{AB}//\overline{CD}//\overline{EF}$.



Resolución:

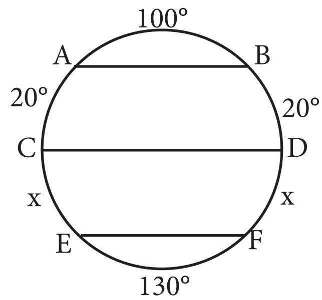
Piden: «x»

Puesto que $\overline{AB}//\overline{CD}//\overline{EF}$

m$\overset{\frown}{AC}$ = m$\overset{\frown}{BD}$ = 20°

m$\overset{\frown}{CE}$ = m$\overset{\frown}{DF}$ = x

Luego tenemos:



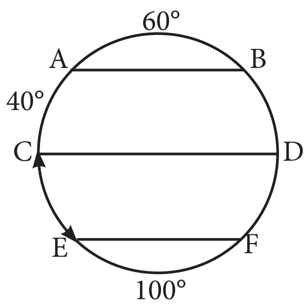
La medida ángular de la circunferencia es 360°.

$2x + 2(20°) + 100° + 130° = 360°$

$2x + 270° = 360°$

$2x = 90° \;\Rightarrow x = 45°$

13. Si $\overline{AB}$ // $\overline{CD}//\overline{EF}$, calcula m$\overset{\frown}{CE}$.



14. Calcula m$\overset{\frown}{AB}$; si el triángulo equilátero ABC, está inscrito en la circunferencia.