INTRODUCCIÓN A LAS FUNCIONES

I. Par ordenado:

Es un conjunto formado por dos elementos dispuestos en un determinado orden:

$(a; b)$

primer componente ← → segundo componente

<u>Importante:</u>

1. $(a; b) \neq (b; a) \rightarrow$ No es conmutativo
2. $(a; b) = (c; d) \rightarrow a = c \wedge b=d$

II. Producto cartesiano:

Es el conjunto de pares ordenados $(a; b)$ donde $a \in B \wedge b \in B$; es decir:

$A \times B= \{(a; b)/a \in A \wedge b \in B\}$; $A \neq \varnothing \wedge B \neq \varnothing$

<u>Propiedades</u>

1. $A \times B \neq B \times A$
2. $n(A \times B) = n(A). n(B)$

III. Relación :

Se llama relación de A en B a todo subconjunto R de $A \times B$, es decir:

$$\boxed{R \text{ es una relación de } A \text{ en } B \Leftrightarrow R \subset A \times B}$$

En particular, si $A = B$, R se llama una relación en A.

IV. Dominio:

Se llama dominio de una relación R al conjunto de todos los elementos $(a \in A)$ en las que existe por lo menos un $(b \in B)$ con $(a; b) \in \mathbb{R}$.

V. Rango:

Se llama rango una relación R al conjunto de todos los elementos $(b \in B)$ con $(a; b) \in R$

Ejemplo:

$R = \{(-2; 0); (-1; 3); (-7; 7); (-8; 4); (-5; 4)\}$

$DomR = \{-2; -1; -7; -8; -5\}$

$RanR= \{0; 3; 7; 4\}$

VI. Funciones

A. Definición:

Sean A y B dos conjuntos no vacíos (pudiendo ser $A = B$), llamaremos función definida en A a valores en B (función de A en B) a toda relación:

$$\boxed{F \subset A \times B}$$

Que tiene la propiedad:

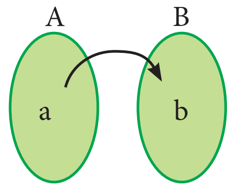
$$\boxed{(a; b) \in f \text{ y } (a; c) \in f \Rightarrow b = c}$$

Es decir, una función f es un conjunto de pares ordenados de elementos , en la que dos pares distintos nunca tienen el mismo primer elemento.

B. Notación

Si f es una función de A en B se designa así:

$F : A \rightarrow B$ o



Se lee f es una función de A en B

Ojo: si $(a; b) \in f \rightarrow f(a)= b$

- Si f es una función de A en B el conjunto A se llamara conjunto de partida de la función y B al conjunto de llegada.
- El dominio de una función f se designa por Df y se define como el siguiente conjunto:
  $Df = \{x \in A/ \exists! y : \text{tal que } (x;y) \in f\}$
  Es decir, son las primeras componentes de los pares ordenados.
- El rango (o imagen) de una función f se designa por Rf o Imf y se define como el conjunto siguiente :
  $Rf = \{y \in B / \exists x ; \text{tal que } (x;y) \in f\}$
  Es decir, son los segundos componentes de los pares ordenados .

Trabajando en clase

Integral

1. Calcula xy; según la igualdad de pares ordenados.

$$(2x \,;\, y-3) = (x+5 \,;\, 2y-1)$$

2. Calcula el mínimo valor de x + y, de la igualdad de pares ordenados:

$$(x-y;\, y^2-5) = (3;\, 11)$$

3. Si: $A = \{-1; 0; 1; 3\}$
$B = \{0; 1; 4; 5\}$
Y la relación $R = \{(x; y) \in A \times B / x = y\}$; indica su dominio.

Católica

4. Calcula p si
$F = \{(3; 7); (2; 4); (3; 2p-3); (7; 8)\}$
Es función.

Resolución
$F = \{(3; 7); (2; 4); (3; 2p-3); (7; 8)\}$

Como f es una función $\rightarrow$ $7 = 2p - 3$
$10 = 2p$
$5 = p$

5. Calcula m si
$G = \{(2; 7); (4; 10); (4; m-7); (-2; 3)\}$
Es función.

6. Dadas las funciones:
$G = \{(2; 3); (5; 1); (3; 0)\}$
$H = \{(1; 2); (3; 7); (8; 0)\}$
Calcula

$$A = \sqrt[H(1)]{G(H(1)) + H(G(2))}$$

7. Calcula el valor de a.b, dada la función lineal: $f(x) = ax + b$, si se sabe:
$F(1) = 11$; $f(-1) = 7$

UNMSM

8. Calcula: $E = F(-3) + F(8)$
Dada la función :

$$F(x) = \begin{cases} x^2 - 3;\ x \geq 0 \\ 2x - 2 \,;\ x < 0 \end{cases}$$

Resolución

$$E = F(\underset{-3<0}{-3}) + F(\underset{8\geq 0}{8})$$

$E = 2(-3) - 2 + 8^2 - 3$
$E = -8 + 61$
$E = 53$

9. Calcula :
$E = f(5) + f(-5)$
Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 100;\ x > 2 \\ x^3 + 100 \,;\ x \leq 2 \end{cases}$$

10. Sea f(x) una función lineal.
Si $f(4) = 7$ y $f(3) = 1$; determina $f(-2)$

UNMSM 2010–II

11. Calcula: $f(-1) + f(0) + f(1)$
Dada la función:

$$F(x) = \begin{cases} x^2;\ \ x \leq -1 \\ -2x \,;\ -1 < x \leq 0 \\ 3x \,;\ 0 < x \end{cases}$$

UNI

12. Dada la función f en la que $f(x) = ax + b$, calcula a – b si f está sujeta a la tabla

x	2	4
f(x)	–1	3

Resolución:
Como $f(x) = ax + b$; de la tabla podemos afirmar:
$f(2) = -1 \wedge f(4) = 3$
$2a + b = -1 \wedge 4a + b = 3$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a + b = -1 \\ 4a + b = 3 \end{cases} \quad \uparrow(-)$$

$2a = 4$
$a = 2$
$b = -5$
$\therefore a - b = 7$

13. Dada la función f en la que $f(x) = mx + n$. calcula mn, si f está sujeta a la tabla.

X	3	5
F(x)	8	14

14. Sabiendo que $f(x + 6) = ax + b$;
$F(2) = -14$ y $F(-3) = -29$, calcula el valor de 2a – b

UNMSM 2010 – II