



Materiales Educativos GRATIS

ALGEBRA

TERCERO

INECUACIÓN DE PRIMER GRADO

DEFINICIÓN

Una inecuación de primer grado con una variable o incógnita, es toda desigualdad relativa que se establece entre dos expresiones matemáticas y se verifica para ciertos conjuntos de valores reales asignados a su variable.

Formas:

$$ax + b > 0$$

$$ax + b < 0$$

$$ax + b \geq 0$$

$$ax + b \leq 0$$

La manera de resolver una inecuación de primer grado, es similar a la usada para resolver una ecuación de primer grado; es decir, se despeja la variable de los coeficientes y así se determina el conjunto solución. La diferencia está cuando el coeficiente de la incógnita es negativo.

PROPIEDAD TRANSITIVA

Si $a < b < c$, entonces:

$$a < b \wedge b < c$$



Intersección

Ejemplos:

Resolver $3 < x + 2 < 7$.

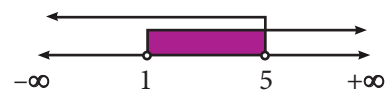
Resolución:

Por la propiedad transitiva:

$$3 < x + 2 \wedge x + 2 < 7$$

$$1 < x \quad \wedge \quad x < 5$$

Graficamos:



$$\therefore \text{C.S.} = \langle 1; 5 \rangle$$

Importante

Cuando hay más de una inecuación, el conjunto solución se halla intersectando las soluciones de cada una de las inecuaciones.

Siempre mantener la variable o incógnita «positiva».

$$\begin{aligned} & \text{pasa} \quad (2x) < 3x + 3 \\ & \text{restando} \quad \downarrow \\ & -3 < x \\ & \Rightarrow x > -3 \\ & \therefore \text{C.S.:} \langle -3; +\infty \rangle \end{aligned}$$

Trabajando en clase

Integral

1. Resuelve: $4x - 5 > 3(x + 4)$

2. Resuelve: $\frac{3x - 2}{5} < 4$

3. Resuelve: $\frac{5x - 2}{2} < \frac{7}{3}$

Indica el mayor valor entero que cumple con la inecuación:

PUCP

4. Resuelve:

$$2 + \frac{x}{3} \leq \frac{7x}{5} - 8$$

Resolución

Calculamos el MCM de los denominadores:

$$\begin{array}{r|l} 3-5 & 3 \\ 1-5 & 5 \\ 1-1 & \end{array} \text{Entonces, MCM} = 3 \times 5 = 15$$

- ❖ Se multiplica cada término de la desigualdad por dicho MCM:

$$15 \left(2 + \frac{x}{3} \right) \leq \left(\frac{7x}{5} - 8 \right) 15$$

$$30 + 5x \leq 21x - 120$$

- ❖ Se transpone términos agrupando en un miembro la incógnita y en el otro las cantidades conocidas (constantes):

$$30 + 5x \leq 21x - 120$$

pasa pasa
restando sumando

$$30 + 120 \leq 21x - 5x$$

$$150 \leq 16x$$

- ❖ Multiplicamos por $\left(\frac{1}{2}\right)$:

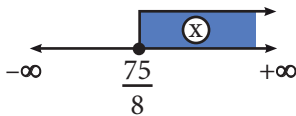
$$\frac{1}{2}(150 \leq 16x)$$

$$75 \leq 8x$$

- ❖ Despejando la variable:

$$\frac{75}{8} \leq x$$

- ❖ Graficamos:



$$\therefore \text{C.S.: } x \in \left[\frac{75}{8}; +\infty \right) \text{ o también:}$$

$$\text{C.S.: } \left\{ x \in \mathbb{R} / x \geq \frac{75}{8} \right\}$$

5. Resuelve:

$$\frac{5x}{3} - 6 \geq 7 - \frac{x}{2}$$

6. Resuelve:

$$\frac{x+3}{4} - \frac{x-4}{5} > \frac{x-1}{2} - \frac{x+2}{3}$$

Indica el mayor valor entero de «x».

7. Resuelve:

$$(x+2)^2 - (x-2)^2 < (x-3)^2 - (x+2)(x+3)$$

UNMSM

8. $-2x + 5 < -1 - 4x \leq -6x - 15$

Resolución:

- ❖ Aplicamos la propiedad transitiva:

$$a < b < c \rightarrow a < b \wedge b < c$$

$$-2x + 5 < -1 - 4x \leq -6x - 15$$

Entonces:

$$-2x + 5 < -1 - 4x \wedge -1 - 4x \leq -6x - 15$$

- ❖ Resolvemos cada inecuación:

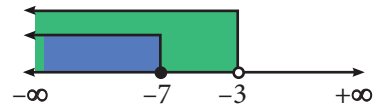
$$-2x + 5 < -1 - 4x \wedge -1 - 4x \leq -6x - 15$$

$$4x - 2x < -1 - 5 \wedge -4x + 6x \leq -15 + 1$$

$$2x < -6 \wedge 2x \leq -14$$

$$x < -3 \wedge x \leq -7$$

- ❖ Graficamos:



Seleccionamos la intersección:

$$\therefore \text{C.S.: } \langle -\infty; -7 \rangle$$

$$\text{También: C.S.} =]-\infty; -7]$$

9. Resuelve:

$$-3x - 5 \leq 3 - 4x < -9$$

Indica la cantidad de valores enteros que toma «x».

10. Resuelve:

$$x + 2 \leq -2x + 5 < -4x + 17$$

Indica el máximo valor entero que puede tomar «x».

11. Resuelve:

$$\frac{x}{x-2} + 3 \leq \frac{2}{x-2}$$

UNI

12. Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 4x - 3 < 3x - 2 \leq 2x - 7 \\ 3 - x \leq 2x + 14 < 3x + 23 \end{cases}$$

Resolución:

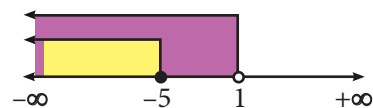
$$\begin{cases} 4x - 3 < 3x - 2 \leq 2x - 7 & \dots \textcircled{1} \\ 3 - x \leq 2x + 14 < 3x + 23 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

- ❖ Resolviendo la inecuación $\textcircled{1}$

$$4x - 3 < 3x - 2 \leq 2x - 7$$

$$4x - 3 < 3x - 2 \wedge 3x - 2 \leq 2x - 7$$

$$x < 1 \wedge x \leq -5$$



$$\text{C.S.}_1 = \langle -\infty; -5 \rangle$$

❖ Resolviendo la inecuación ②

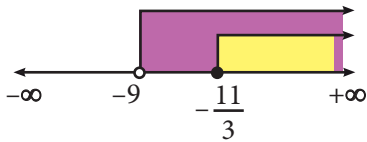
$$3 - x \leq 14 + 2x < 3x + 23$$

$$3 - x \leq 14 + 2x \wedge 14 + 2x < 3x + 23$$

$$3 - 14 \leq 2x + x \wedge 14 - 23 < 3x - 2x$$

$$-11 \leq 3x \quad \wedge \quad -9 < x$$

$$-\frac{11}{3} \leq x \quad \wedge \quad -9 < x$$

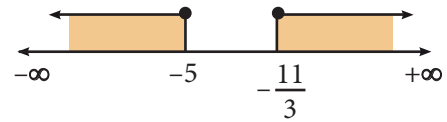


$$C S_2: \left[-\frac{11}{3}; +\infty \right)$$

❖ Conjunto solución final: $(C S_f)$

$$C S_f: C S_1 \cap C S_2$$

$$C S_f: \langle -\infty; -5] \cap \left[-\frac{11}{3}; +\infty \right)$$



¡No hay intersección!

$$\therefore C S_f = \emptyset$$

13. Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 2x - 1 < 3x - 2 \leq 4x + 8 \\ 1 - x \leq 3 + 2x \leq 3x - 12 \end{cases}$$

14. Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 2x - 5 < x + 3 \leq 3x - 7 \\ x + 1 < 2x + 3 < 4x + 5 \end{cases}$$