



Materiales Educativos GRATIS

ALGEBRA

CUARTO

INECUACIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS

Inecuación lineal

Una inecuación lineal o de primer grado en una variable «x» es una desigualdad de la forma:

$$\boxed{ax + b > 0} \text{ o } \boxed{ax + b < 0}$$

Ejemplo:

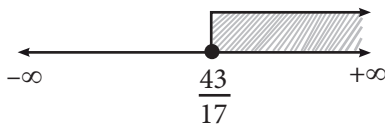
$$\frac{5x - 1}{2} + \frac{x - 2}{3} \geq 6$$

$$15x - 3 + 2x - 4 \geq 36$$

$$17x \geq 43$$

$$x \geq \frac{43}{17}$$

Solución gráfica:



$$\Rightarrow x \in \left[\frac{43}{17}; +\infty \right)$$

Inecuación cuadrática

Forma general: $\forall a; b; c \in \mathbb{R}; a \neq 0$

- $P(x) = ax^2 + bx + c > 0$
- $P(x) = ax^2 + bx + c < 0$
- $P(x) = ax^2 + bx + c \geq 0$
- $P(x) = ax^2 + bx + c \leq 0$

Resolución de inecuaciones por puntos críticos

Este método lo empleamos para resolver desigualdades de grado mayor o igual a 2.

- Se factoriza la expresión dada.
- Se hallan los puntos críticos igualando cada factor a cero.
- Se llevan los puntos críticos a la recta numérica.
- Se ponen los signos alternadamente, empezando por la derecha.
- La solución de la inecuación se define escogiendo la zona de acuerdo con el sentido de la desigualdad.

Importante

Si la inecuación es $> 0 \Rightarrow$ zona positiva.

Si la inecuación es $< 0 \Rightarrow$ zona negativa.

Ejemplo:

$$x^2 - 15x + 36 > 0$$

$$x \quad \quad -12$$

$$x \quad \quad -3$$

$$\begin{array}{c} \text{mayor que cero} \\ \overbrace{(x - 12)(x - 3)} > 0 \\ \underbrace{\quad \quad \quad} \quad \underbrace{\quad \quad \quad} \\ 0 \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

Puntos críticos: $x = 12; x = 3$



$$\Rightarrow x \in \langle -\infty; 3 \rangle \cup \langle 12; +\infty \rangle$$

Inecuación racional

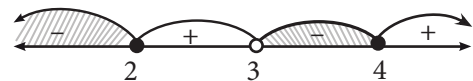
Para resolver se siguen los pasos que el anterior ejemplo, pero teniendo en cuenta que el denominador es diferente de cero.

Ejemplo:

$$\frac{x^2 - 6x + 8}{x - 3} \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{\overbrace{(x - 4)(x - 2)}^{\text{zona negativa}}}{\underbrace{x - 3}_0} \leq 0; x \neq 3$$

$$x = 4; x = 2; x = 3$$



$$\Rightarrow x \in \langle -\infty; 2 \rangle \cup \langle 3; 4 \rangle$$

Importante

Teorema del trinomio positivo

Si el polinomio $P(x) = ax^2 + bx + c; \{a, b, c\} \subset \mathbb{R}$ tiene discriminante (Δ) negativo y $a > 0$

$$\Rightarrow ax^2 + bx + c > 0; \forall x \in \mathbb{R}$$

Trabajando en clase

Integral

1. Resuelve:

$$(3x - 2)^2 > (2x - 3)^2$$

2. Resuelve:

$$(4x + 1)^2 \leq (3x + 1)^2 + 5$$

3. Resuelve:

$$(x + 1)^2 \leq (x - 1)^2 + 4$$

PUCP

4. Resuelve:

$$\frac{(2x + 3)^2}{2} - \frac{(4x + 5)(x - 1)}{3} < 1 - \frac{x}{6}$$

Resolución:

$$\left(\frac{(2x + 3)^2}{2} - \frac{(4x + 5)(x - 1)}{3} < 1 - \frac{x}{6} \right) \cdot (6)$$

$$3(2x + 3)^2 - 2(4x + 5)(x - 1) < 6 - x$$

$$3(4x^2 + 12x + 9) - 2(4x^2 - 4x + 5x - 5) < 6 - x$$

$$12x^2 + 36x + 27 - 8x^2 - 2x + 10 < 6 - x$$

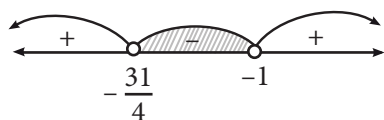
$$4x^2 + 34x + 37 < 6 - x$$

$$4x^2 + 35x + 31 < 0$$

$$\begin{array}{r} 4x \quad \quad \quad 31 \\ \quad \quad \quad \times \\ x \quad \quad \quad \quad 1 \end{array}$$

$$\underbrace{(4x + 31)}_0 \underbrace{(x + 1)}_0 < 0$$

$$x = -\frac{31}{4}; x = -1$$



$$\Rightarrow x \in \left\langle -\frac{31}{4}; -1 \right\rangle$$

5. Resuelve:

$$\frac{x^2}{3} + \frac{3x}{2} < \frac{x+2}{3}$$

6. Si $]a; b[$ es el conjunto solución de:

$$3x - 1 < x + 3 < 3x + 7, \text{ calcula «a + b»}.$$

7. La suma de los números enteros que simultáneamente cumplen las inecuaciones:

$$6x + \frac{5}{7} > 4x + 7 \dots (1)$$

$$\frac{3x^2 + 75}{2} > 2x^2 - 5x \dots (2) \text{ es:}$$

UNMSM

8. El conjunto solución de:

$$\sqrt{x^2 - 1} - x < 0$$

UNALM 2008 - I

Resolución:

$$\diamond \sqrt{x^2 - 1} < x$$

$$x^2 - 1 < x^2$$

$$-1 < 0$$

$$CS = \mathbb{R} \dots (I)$$

$$\diamond x^2 - 1 \geq 0$$

$$(x + 1)(x - 1) \geq 0$$

$$x = -1; x = 1$$



$$x \in \langle -\infty; -1 \rangle \cup [1; +\infty) \dots (II)$$

$$\diamond x \geq 0$$

$$x \in [0; +\infty) \dots (III)$$

$$\therefore CS = I \cap II \cap III$$

$$CS = [1; +\infty)$$

9. Resuelve:

$$\sqrt{x^2 - 7x + 10} < x - 4$$

10. La suma de todos los números enteros positivos que satisfacen simultáneamente las inecuaciones.

$$\begin{cases} \frac{n}{5} + 14 \leq \frac{3n+24}{2} \\ \frac{n+1}{4} - 29 \leq -10 \end{cases}$$

UNMSM 2008 - II

11. Un ómnibus parte de Ica a Lima con cierto número de pasajeros y se detiene en Pisco. Si bajase la tercera parte, en el ómnibus quedarían más de 15 personas; en cambio, si bajase la mitad, en el ómnibus quedarían menos de 13. ¿Cuántas personas partieron de Ica?

UNMSM 2005 - I

UNI

12. La inecuación $x^2 - 2bx - c < 0$ tiene como conjunto solución $\langle -3; 5 \rangle$. Halla «b + c».

UNI 2008 - II

Resolución:

$$\text{C.S.} = \langle -3; 5 \rangle$$

$$x_1 = -3; x_2 = 5$$

$$\Rightarrow x^2 - (-3 + 5)x + (-3)(5) < 0$$

$$x^2 - 2x - 15 < 0$$

$$x^2 - 2bx - c < 0$$

$$\Rightarrow b = 1; c = 15$$

$$\therefore b + c = 16$$

13. La inecuación $x^2 - bx + c < 0$ tiene como conjunto solución $\langle -4; 6 \rangle$.

Halla «b + c».

14. Calcula el conjunto de solución de la inecuación:

$$(x - 2^{-2})^2 + 4x + 2 < 0$$

UNI 2005 - II