IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS FUNDAMENTALES

Definición

Son aquellas igualdades entre las razones trigonométricas de una variable, las cuales se verifican para todo valor de la variable en que la razón trigonométrica que interviene se encuentra definida.

Clasificación

I. I.T. recíprocas

- $Senx\,Cscx = 1 \Rightarrow Cscx = \dfrac{1}{Senx}\ ;\ \forall x \in \mathbb{R} - \{n\pi;\ n \in \mathbb{Z}\}$
- $Cosx\,Secx = 1 \Rightarrow Secx = \dfrac{1}{Cosx}\ ;\ \forall x \in \mathbb{R} - \{(2n+1)\dfrac{\pi}{2}\ ;\ n \in \mathbb{Z}\}$
- $Tanx\,Cotx = 1 \Rightarrow Cotx = \dfrac{1}{Tanx}\ ;\ \forall x \in \mathbb{R} - \{\dfrac{n\pi}{2};\ n \in \mathbb{Z}\}$

II. I.T. por división

- $Tanx = \dfrac{Senx}{Cosx}\ ;\ \forall x \in \mathbb{R} - \{(2n+1)\dfrac{\pi}{2};\ n \in \mathbb{Z}\}$
- $Cotx = \dfrac{Cosx}{Senx}\ ;\ \forall x \in \mathbb{R} - \{n\pi;\ n \in \mathbb{Z}\}$

III. I.T. Pitágoras

- $Sen^2x + Cos^2x = 1;\ \forall x \in \mathbb{R} \begin{cases} Sen^2x = 1 - Cos^2x \\ Cos^2x = 1 - Sen^2x \end{cases}$
- $Sec^2x - Tan^2x = 1;\ \forall x \in \mathbb{R} - \{(2n+1)\dfrac{\pi}{2};n \in \mathbb{Z}\} \begin{cases} Sec^2x = Tan^2x + 1 \\ Tan^2x = Sec^2x - 1 \end{cases}$
- $Csc^2x - Cot^2x = 1;\ \forall x \in \mathbb{R} - \{n\pi;\ n \in \mathbb{Z}\} \begin{cases} Csc^2x = Cot^2x + 1 \\ Cot^2x = Csc^2x - 1 \end{cases}$

Trabajando en clase

Integral

1. Reduce:

$$E = Tanx.Cosx.Cscx$$

2. Simplifica:

$$K = Cotx.Senx - Cos^2x.Secx$$

3. Reduce:

$$M = (Tanx.Cosx + Senx)Cscx$$

PUCP

4. Simplifica:

$$E = \frac{Senx}{Cscx} + \frac{Cosx}{Secx} + \frac{Cotx}{Tanx}$$

Resolución:

$E = Senx.\frac{1}{Cscx} + Cosx.\frac{1}{Secx} + Cosx.\frac{1}{Tanx}$

$E = Senx \cdot Senx + Cosx \cdot Cosx + Cotx \cdot Cotx$

$E = Sen^2x + Cos^2x + Cot^2x$

$E = 1 + Cot^2x$

$\therefore E = Csc^2x$

5. Simplifica:

$$M = \frac{Secx}{Cosx} - \frac{Tanx}{Cotx} - \frac{Senx}{Cscx}$$

6. Reduce: $A = Sen^2x \cdot Cot^2x + Cos^2x \cdot Tan^2x$

7. Reduce: $B = (2Senx + Cosx)^2 + (Senx - 2Cosx)^2$

UNMSM

8. Reduce:

$$C = \frac{Sen^2x - Sen^4x}{Cos^2x - Cos^4x}$$

Resolución:

Factorizando: Sen^2x en el númerador y Cos^2x en el denominador.

Se tiene:

$$C = \frac{Sen^2x(1-Sen^2x)}{Cos^2(1-Cos^2x)} \Rightarrow C = \frac{Sen^2x\ Cos^2x}{Cos^2x.\ Sen^2x}$$

$\Rightarrow C = 1$

9. Simplifica:

$$M = \frac{Sen^4x - Sen^6x}{Cos^4x - Cos^6x}$$

10. Simplifica:

$$E = \frac{1 + Sen^2x}{1+Csc^2x} + \frac{1 + Cos^2x}{1+ Sec^2x}$$

11. Reduce:

$A = (Senx + Cscx)^2 + (Cosx + Secx)^2 - (Tanx + Cotx)^2$

UNI

12. Reduce:

$C = Senx(1+ Senx - Cosx) + Cosx(1 + Cosx + Senx) - 1$

Resolución:

$C = Senx + Sen^2x - SenxCosx + Cosx + Cos^2x + Cosx\ Senx - 1$

$C = Senx + Cosx + Sen^2x + Cos^2x - 1$

$C = Senx + Cosx + 1 - 1$

$\therefore C = Senx + Cosx$

13. Reduce:

$M = Senx(Cscx + Senx) + Cosx(Secx + Cosx) + 1$

14. Simplifica:

$$E = \frac{Sen^4x - Cos^4x + 2Cos^2x}{Cos^4x - Sen^4x + 2Sen^2x}$$