IDENTIDAD FUNDAMENTAL DEL LOGARITMO

DEFINICIÓN

Dado un número real $b > 0$, $b \neq 1$; el logaritmo de un número $N > 0$ en la base «b» es el exponente «x», al que debe elevarse, «b» de manera que se cumpla.

$$b^x = N$$

- Notación: $\operatorname{Log}_b N = x$

  Se lee «x» es el logaritmo del número «N» en base «b».

$$\boxed{\operatorname{Log}_b N = x \Leftrightarrow b^x = N}$$

donde: $N \in \mathbb{R}^+$, $b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$, $x \in \mathbb{R}$

Ejemplos:

- ❖ $\operatorname{Log}_6 36 = 2$ porque $6^2 = 36$
- ❖ $\operatorname{Log}_3 81 = 2$ porque $3^4 = 81$
- ❖ $\operatorname{Log}_{64} 4 = \frac{1}{3}$ porque $64^{1/3} = 4$

«El logaritmo solo se aplica a números positivos».

1. Identidad fundamental del logaritmo

$$\boxed{b^{\operatorname{Log}_b N} = N;\ \forall N \in \mathbb{R}^+ \wedge b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}}$$

Ejemplos:

- ❖ $2^{\operatorname{Log}_2 7} = 7$
- ❖ $6^{\operatorname{Log}_6^5 5} = 5$
- ❖ $3^{\operatorname{Log}_3 (x+1)} = 5 \Rightarrow x + 1 = 5 \Rightarrow x = 4$

2. Cologaritmo

$$\boxed{\operatorname{colog}_b^N = \operatorname{Log}_b^{\left(\frac{1}{N}\right)} = -\operatorname{Log}_b^N}$$

$\forall N \in \mathbb{R}^+;\ b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$

Ejemplos:

- ❖ $\operatorname{colog}_3^{27} = -\operatorname{Log}_3^{27} = -3$
- ❖ $\operatorname{colog}_4^{256} = -\operatorname{Log}_4^{256} = -4$
- ❖ $\operatorname{colog}_2^7 = -\operatorname{Log}_2^7$

3. Antilogaritmo

$$\boxed{\operatorname{Antilog}_b^N = b^N}$$

$\forall N \in \mathbb{R},\ b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$

Ejemplos:

- ❖ $\operatorname{Antilog}_2 3 = 2^3 = 8$
- ❖ $\operatorname{Antilog}_6 2 = 6^2 = 36$
- ❖ $\operatorname{Antilog}_3 5 = 3^5 = 243$

Trabajando en clase

Integral

1. Calcula:

$$1 = \operatorname{Log}_2 64 + \operatorname{Log}_3 81 - \operatorname{Log}_5 125$$

2. Calcula «x».

$$\operatorname{Log}_2 (x + 7) = 4$$

3. Calcula «x».

$$\operatorname{Log}_x 64 = 2$$

PUCP

4. Calcula «x»

$$7^{\operatorname{Log}_7 (3x+1)} = 13$$

Resolución:

Tenemos: $7^{\text{Log}_7(3x+1)} = 13$

Por identidad fundamental

$3x + 1 = 13$

$3x = 12$

$x = 4$

5. Calcula «x»

$$5^{\text{Log}_5(3x-7)} = 8$$

6. Calcula:

$$P = 4^{\text{Log}_4 3} + 2^{\text{Log}_2 5} - 13^{\text{Log}_{13} 2}$$

7. Calcula

$$G = 13^{3\text{Log}_{13} 5} - 6^{2\text{Log}_6 7} + 5^{4\text{Log}_5 2}$$

UNMSM

8. Resuelve:

$$\text{Log}_x(2x + 24) = 2$$

Resolución:

$$\text{Log}_x(2x+24) = 2$$

$x^2 = 2x + 24$

$x^2 - 2x - 24 = 0$

$x \quad -6 = 0 \rightarrow x = 6$

$x \quad +4 = 0 \rightarrow x = -4$

Descartamos $x = -4$, porque «x» es la base del logaritmo y no puede ser negativo.

$\therefore x = 6 \rightarrow \text{C.S.} = \{6\}$

9. Resuelve:

$$\text{Log}_x(3x + 40) = 2$$

10. Calcula:

$$E = \text{Log}_2\text{Log}_3\text{Log}_2 512$$

11. Calcula «x».

$$\text{Log}_4\text{Log}_3\text{Log}_2(x-5) = 0$$

UNI

12. Calcula:

$$S = \text{Colog}_{36}\text{Log}_2\text{Antilog}_4 3$$

Resolución:

$S = \text{Colog}_{36}\text{Log}_2\text{Antilog}_4 3$

- $\text{Antilog}_4 3 = 4^3 = 64$

  $\Rightarrow S = \text{Colog}_{36}\text{Log}_2 64$

- $\text{Log}_2 64 = 6$

  $\Rightarrow S = \text{Colog}_{36} 6 = -\text{Log}^6_{36} 6$

- $\text{Log}^6_{36} = x \Rightarrow 36^x = 6$

  $6^{2x} = 6$

  $6x = 1$

  $x = \dfrac{1}{2}$

Luego, tenemos: $\text{Log}_{36} 6 = \dfrac{1}{2}$

$\therefore S = -\dfrac{1}{2}$

13. Calcula:

$$R = \text{Colog}_{512}\text{Log}_{16}\text{Antilog}_4 4$$

14. Calcula:

$$P = \text{Antilog}_3\text{Antilog}_{\sqrt[4]{2}}\text{Antilog}_2 3$$