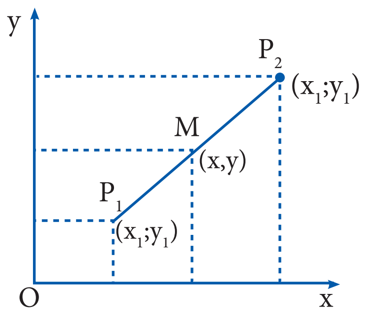
GEOMETRÍA ANALÍTICA

Propiedades

a) Punto medio un segmento de recta

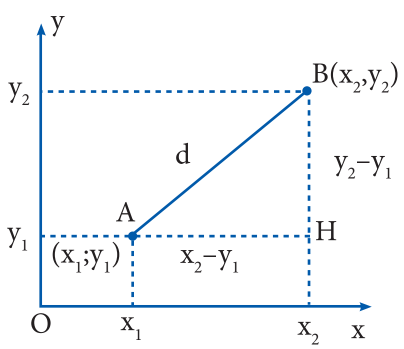


$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$\boxed{M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)}$$

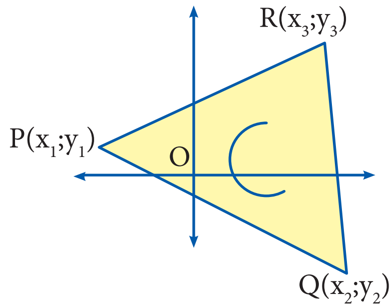
b) Distancia entre dos puntos



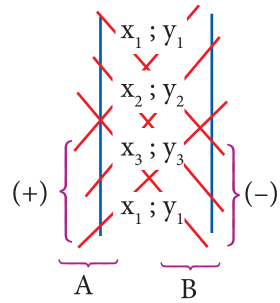
Por el T. de Pitágoras ABH

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

c) Área de una región triangular
El área de una región triangular puede calcularse dadas las coordenadas de los vértices.

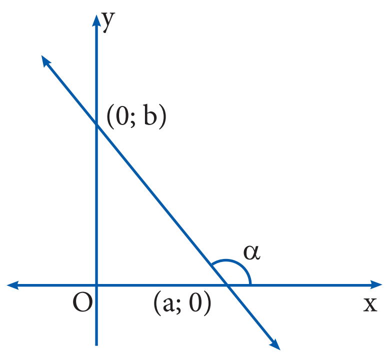


$$\boxed{S_A = \frac{1}{2}(B - A)}$$



Ecuación de la recta

Ecuación punto pendiente



$\overleftrightarrow{\mathscr{L}}: y = mx + b$

Ec. general

$ax + by + c = 0 \left\{ \text{a,b,c son constantes} \right.$

Ec. simétrica

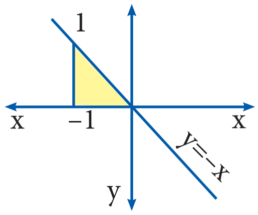
$\dfrac{x}{p} + \dfrac{y}{q} = 1 \left\{ \text{p y q: con constantes} \right.$

Recta que pasa por el origen de coordenadas

Sea la ecuación $\boxed{y = -x}$

Vemos que la ecuación anterior carece de ordenada al origen es decir, b = 0. La recta para por el origen O.

$$b = m = Tgx = \frac{-1u}{1u}$$



Rectas paralelas

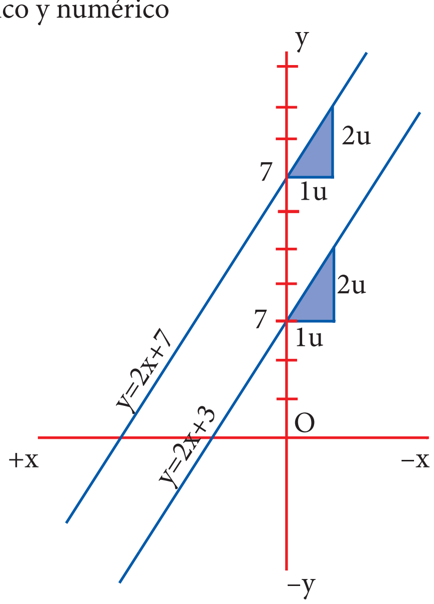
Dadas dos rectas que responden a las siguientes ecuaciones:

$y_1 = m_1x + b_1$
$y_2 = m_2x + b_2$

Dichas rectas serán paralelas si: $\boxed{m_1 = m_2}$

Ejemplo gráfico y numérico

$y_1 = 2x + 2$
$y_2 = 2x + 3$
$m_1 = m_2 = 2$



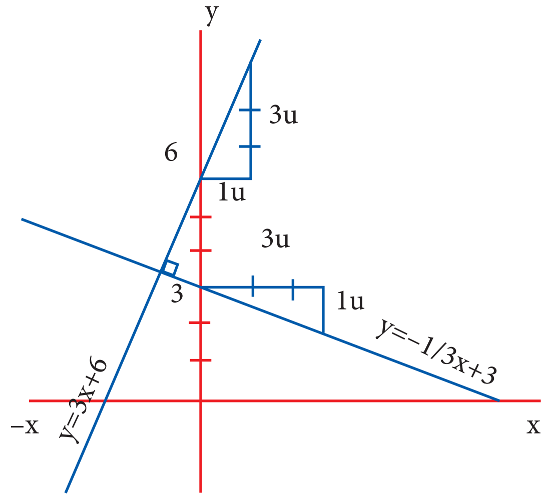
Rectas perpendiculares

Dadas dos rectas y_1, y_2 que responde a las siguientes ecuaciones.

$y_1 = m_1x + b_1$
$y_2 = m_2x + b_2$

Si $\boxed{m_1 = \frac{-1}{m_2}}$ las rectas serán perpendiculares.

Ejemplo gráfico y numérico

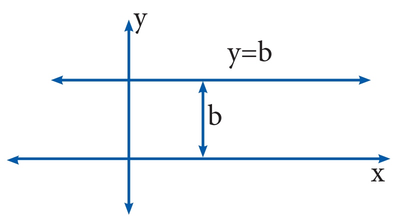


$y_1 = 3x + 6$

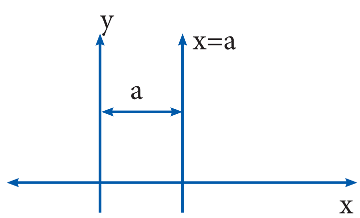
$y_2 = \frac{-1}{3}x + 3$

Casos particulares

Si $\boxed{m = 0}$ resulta $\boxed{y = b = \text{constante}}$



Se representación será una recta paralela al eje «x».
Ejemplo y = 4
Un caso similar se presenta si $\boxed{x = a = \text{constante}}$



Su representación será una recta paralela al eje «y».

Advertencia pre

Distancia de un punto P(x,y) a la recta L.
Dada la ecuación: $\mathscr{L}$: ax + by + c = 0

$$d(p; \mathscr{L}) = \frac{ax_1+by_1+c}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

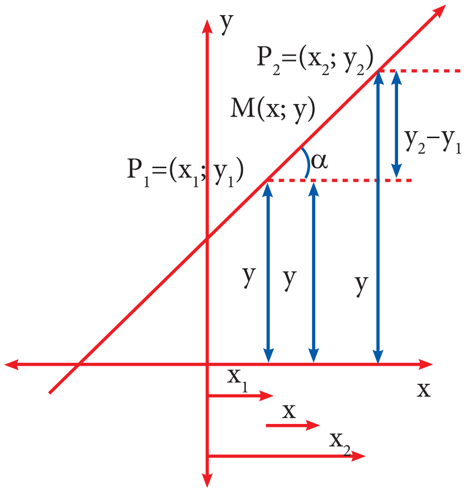
Ecuación de la recta que pasa por dos puntos

Dadas las coordenadas de dos puntos de una recta es posible encontrar la ecuación de la recta que determine.

Dados:

$P_1(x_1; y_1)$ y $P_2(x_2; y_2)$

Dos puntos cualesquiera, representamos ambos en el plano.



$$Tg\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Tomando un punto cualquiera entre P_1 y P_2 en nuestro caso M(x, y), la tangente de la recta en este punto es: $m = Tg\alpha$

O sea:

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

Donde se cumple:

$$\boxed{y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)}$$

Ecuación de la recta que pasa por dos puntos

Ejemplo numérico

Dados P(4; 3) y P(2 – 1) reemplazando en la fórmula se tendrá:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - y_1}(x - x_1)$$

$$y - 3 = \frac{(-1)-3}{2-4}(x - 4)$$

$$y = 2x - 8 + 3 = 2x - 5$$

$$\boxed{\Rightarrow y = 2x - 5}$$

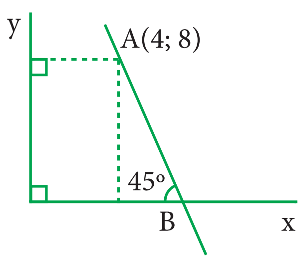
Trabajando en clase

Integral

1. Calcula las coordenadas del punto medio del $\overline{AB}$, si A = (1; 7) y B = (32; 5)

2. Calcula el área de la región determinada por los puntos: M = (9; 9), N = (3; 4), P = (7; 8)

3. Calcula las coordenadas de punto medio de $\overline{AB}$.



PUCP

4. Determina para que valor de «a» la recta:

$\mathscr{L}_1$: $(a + 2)x + (a_2 - a)y + 3a_2 - 8a + 5 = 0$ es paralela al eje de abscisas

Resolución:

Sabemos que la ecuación de la recta, está dada por:

y = mx + b

$\quad$ ↳ pendiente

Ahora, por condición del problema; y = k por lo que m = 0; entonces:

(a + 2) = 0

a = –2

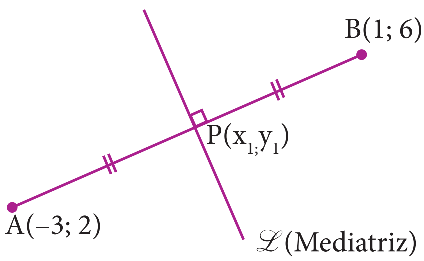
5. Determina para que valor de «b» la recta:
$\mathscr{L}_1$: $(2b - 1)x - by + 1 = 0$ es paralela al eje de ordenadas.

6. Los vértices de un triángulo ABC son A(2; 7), B(5; 1) y C(x; 3) si su área es $18u^2$. Calcula el valor de la abscisa de «C».

7. Determina la ecuación de la recta que pasa por el punto A(1; 5) y tiene pendiente igual a 2.

UNMSM

8. Determina la ecuación de la mediatriz del segmento que tiene por extremos A(–3; 2), B(1; 6)
Resolución:



$$\left.\begin{array}{l} x_1 = \dfrac{-3+1}{2} = -1 \\[2ex] y_1 = \dfrac{2+6}{2} = 4 \end{array}\right\} P(-1; 4)$$

$$m_{AB} = \frac{6-2}{1-(-3)} = 1 \Rightarrow m_{\mathscr{L}\perp} = -1$$

Entonces:

$$\frac{y-4}{x-(-1)} = -1$$

$y + x - 3 = 0$ (ecuación de la mediatriz)

9. Determina la ecuación de la mediatriz del segmento de recta determinada por los puntos A(1; 2) y B(5; 2).

10. Dada las rectas paralelas:
$\mathscr{L}_1$: $2x + ay - 4 = 0$
$\mathscr{L}_2$: $(a + 1)x + y + 1 = 0$

Calcula el valor de «a»

11. Una recta que pasa por los puntos A(3; –1) y B(2; –6). Determina su ecuación en la forma simétrica.

UNI

12. Determina la ecuación de la recta que pasa por M(2; 1) y es perpendicular a la recta:
$\mathscr{L}$: $5x + 3y - 3 = 0$
Resolución:

$$m_{\mathscr{L}} = \frac{-5}{3} \Rightarrow m_{\mathscr{L}\perp} = \frac{3}{5}$$

(por ser perpendiculares)

$$m_{\mathscr{L}}\, m_{L\perp} = -1$$

$$\frac{y-1}{x-2} = \frac{3}{5}\text{; de donde}$$

$\mathscr{L}_\perp$: $5y - 3x + 1 = 0$

13. Determina la ecuación de la recta que pasa por el punto (2; 1) y es perpendicular a la recta $3x - 4y + 12 = 0$

14. Los vértices de un triángulo son los puntos A(3; 6), B(–; 3) y C(2; –1). Calcula la longitud de la altura trazada dese «C».