



FUNCIÓN LINEAL Y CUADRÁTICA

Cálculo de dominios y rangos de algunas funciones especiales.

A. Función Lineal

$$f(x) = mx + b \text{ o } y = mx + b$$

- ❖ Si el dominio no está restringido tenemos:
 $\text{Dom } F = \mathbb{R} \wedge \text{Ran}F = \mathbb{R}$
- ❖ Cuando hay dominio restringido se debe construir el rango a partir del dominio.

Ejemplos:

Determina el rango de:

$$F(x) = -5x + 1; \text{ si } x \in \langle -2; 8 \rangle$$

Resolución:

$$\text{Dato: } x \in \langle -2; 8 \rangle \Rightarrow \text{Dom}F = \langle -2; 8 \rangle$$

$$\Rightarrow (-2 < x \leq 8) \text{ multiplicamos por } (-5)$$

$$(10 > -5x \geq -40) \text{ sumamos } 1$$

$$11 > -5x + 1 \geq -39$$

$$11 > f(x) \geq -39$$

$$11 > y \geq -39$$

$$\text{Ran}F = [-39; 11]$$

B. Función cuadrática:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ o } y = ax^2 + bx + c$$

Vértice: $V = (h; k)$

$$h = -\frac{b}{2a}; k = f(h)$$

Al completar cuadrado tenemos:

$$f(x) = a(x - h)^2 + k$$

- ❖ Cuando el dominio no está restringido:

$$\text{Dom}=\mathbb{R} \text{ y } \text{Ran}F = \begin{cases} [k; +\infty); & \text{si } a > 0 \\ \langle -\infty; k]; & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

Cuando hay dominio restringido se debe construir el rango a partir del dominio.
(completando cuadrados)

Ejemplo:

1. Determina el rango de $F(x) = 2x^2 - 12x + 5$
Como el dominio no está restringido, lo haremos determinando el vértice:

$$h = -\frac{(-12)}{2(2)} = 3$$

$$\Rightarrow k = f(3) = 2(3)^2 - 12(3) + 5$$

$$k = -13$$

$$v = (3; -13)$$

$$\text{como } a = 2 > 0 \Rightarrow \text{Ran}F = [-13; +\infty)$$

2. Determina el rango de $F(x) = x^2 + 6x - 3$; $x \in \langle -2; 4 \rangle$ como el dominio está restringido $x \in \langle -2; 4 \rangle$ entonces completamos cuadrados.

$$F(x) = x^2 + 6x - 3 = (x+3)^2 - 12$$

$$F(x) = (x+3)^2 - 12$$

$$\text{Como } x \in \langle -2; 4 \rangle \rightarrow (-2 < x \leq 4) \text{ sumamos } 3$$

$$(1 < x + 3 \leq 7) \text{ elevamos al cuadrado}$$

$$(1 < (x + 3)^2 \leq 49) \text{ restamos } 12$$

$$-11 < (x + 3)^2 - 12 \leq 37$$

$$-11 < f(x) \leq 37$$

$$-11 < y \leq 37$$

$$\rightarrow \text{Ran}F = \langle -11; 37 \rangle$$

C. Función racional

$$F(x) = \frac{ax + b}{cx + d} \text{ o } y = \frac{ax + b}{cx + d}$$

Dominio: para determinar el dominio hacemos

$$\text{que } cx + d \neq 0 \Rightarrow x \neq -\frac{d}{c}$$

$$\text{Luego : } \text{Dom}F = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$$

$$\text{Ran}F = \mathbb{R} - \left\{ \frac{a}{c} \right\}$$

Trabajando en clase

Integral

- Determina el rango de la siguiente función.
 $F(x) = 3x - 4$; si $x \in \langle -5; 7 \rangle$
- Calcula la suma del menor y mayor valor entero que puede tomar el rango.
 $F(x) = 3 - \frac{5x}{3}$; si $x \in \langle -15; 10 \rangle$

- Determina el rango de la función :
 $F(x) = x^2 + 4x + 7$

Católica

- Determina el rango de de :
 $F(x) = 4 - 4x - x^2$

Resolución

$$F(x) = 4 - 4x - x^2$$

$$F(x) = -x^2 - 4x + 4$$

$$\text{Identificando: } a = -1; b = -4; c = 4$$

$$h = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-4)}{2(-1)}$$

$$h = -2$$

$$\rightarrow k = F(-2) = -(-2)^2 - 4(-2) + 4$$

$$K = -4 + 8 + 4$$

$$K = 8; a < 0$$

$$\text{RanF} = \langle -\infty; 8 \rangle$$

- Determina el rango de
 $F(x) = 4 - 8x - x^2$

- Determina el rango de:
 $F(x) = x^2 - 8x + 10$; si $x \in \langle -7; 0 \rangle$

- Determina el rango de:
 $F(x) = x^2 + 6x - 1$; si $x \in \langle -12; -8 \rangle$

UNMSM

- Determina el rango de:
 $F(x) = x^2 - 4x + 1$; si $x \in \langle -6; 4 \rangle$

Resolución

$$\rightarrow F(x) = x^2 - 4x + 1$$

$$F(x) = (x - 2)^2 - 3$$

$$\rightarrow (-6 < x \leq 4)^{-2}$$

$$(-8 < x - 2 \leq 2)^2$$

$$(64 > (x - 2)^2 \geq 0) - 3$$

$$61 > (x - 2)^2 - 3 \geq -3$$

$$\text{Ran} = [-3; 61)$$

- Determina el rango de:
 $F(x) = x^2 - 10x + 15$; si $x \in \langle -8; 8 \rangle$

- Determina el dominio y rango de:

$$F(x) = \frac{3x - 2}{5x + 1}$$

- Determina el rango de :

$$F(x) = \frac{3}{x - 4}; \text{ si } x \in [8; 12)$$

UNI

- Determina el rango de:
 $F(x) = \frac{x + 1}{x - 3}$; si $\langle 4; 7 \rangle$

Resolución

$$F(x) = \frac{x + 1}{x - 3} \Rightarrow F(x) = \frac{x - 3 + 4}{x - 3}$$

$$F(x) = 1 + \frac{4}{x - 3} \dots\dots\dots(1)$$

$$(4 < x < 7) - 3$$

$$(1 < x - 3 < 4)^{-1}$$

$$\left(1 > \frac{1}{x - 3} > \frac{1}{4}\right) (4)$$

$$\left(4 > \frac{4}{x - 3} > 1\right) (+1)$$

$$5 > 1 + \frac{4}{x - 3} > 2$$

$$5 > \frac{x + 1}{x - 3} > 2$$

$$\text{RanF} = \langle 2; 5 \rangle$$

- Determina el rango de :

$$F(x) = \frac{x + 7}{x + 2}; x \in \langle 1; 4 \rangle$$

- Determina el rango de :

$$F(x) = \frac{7}{x^2 + 4}$$