FUNCIÓN EXPONENCIAL Y LOGARÍTMICA

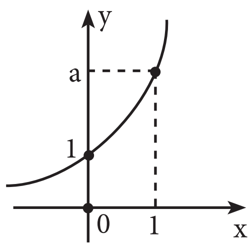
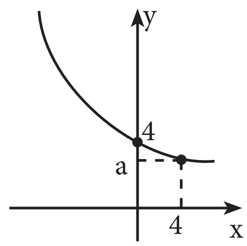
Función exponencial

$$\boxed{f(x) = a^x}$$

Donde: $a > 0$; $a \neq 1$ $x \in \mathbb{R}$

Ejemplo:
Son funciones exponenciales:
- $f(x) = 5^x$
- $g(x) = (1{,}6)^x$
- $h(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

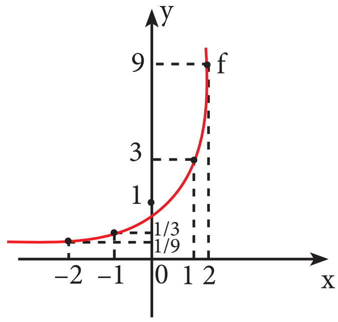
Gráfica de la función exponencial

$y = f(x) = a^x;\ a > 1$	$y = f(x) = a^x;\ 0 < a < 1$
	
• $\mathrm{Dom}f = \mathbb{R} \wedge$ $\mathrm{Ran}f = \mathbb{R}^+$ • La función es creciente • No hay intersección con el eje de abscisas La intersección con el eje de ordenadas es (0; 1)	• $\mathrm{Dom}f = \mathbb{R} \wedge$ $\mathrm{Ran}f = \mathbb{R}^+$ • La función es decreciente • No hay intersección con el eje de abscisas. La intersección con el eje de ordenadas es (0; 1)

Ejemplo:
Grafica: $f(x) = 3^x$

Tabulamos y trazamos la gráfica correspondiente

x	...	−2	−1	0	1	2	...
$f(x)=3^x$	...	1/9	1/3	1	3	9	...

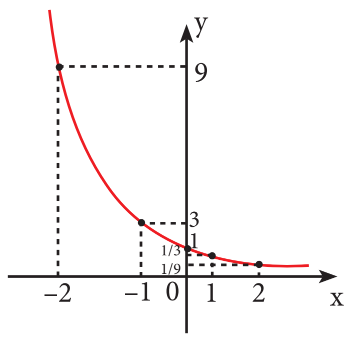


- Cuando «x» → ∞, «y» crece con rapidez.
- Cuando «x» → −∞, «y» se acerca a cero.

Grafica. $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

Tabulamos y trazamos la gráfica correspondiente:

x	...	−2	−1	0	1	2	...
$\left(\frac{1}{3}\right)^x$	...	9	3	1	1/3	1/9	...



Cuando «x» → ∞, «y» se acerca a cero.
Cuando «x» → −∞, «y» aumenta con rapidez.

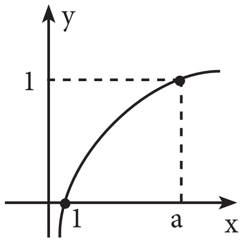
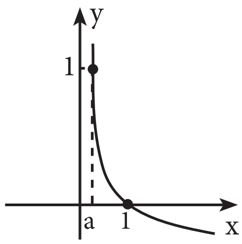
Función logarítmica

$$\boxed{f(x) = \log_a x}$$

Donde: $a > 0$; $a \neq 1$ y $x \in \mathbb{R}^+$

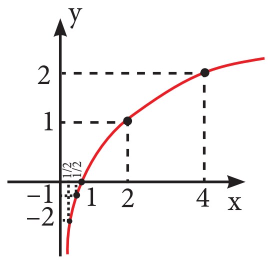
Ejemplo: Son funciones logarítmicas
- $f(x) = \log_3 x$
- $g(x) = \log_{1/2} x$

Gráfica de una función logarítmica

$y = f(x) = \log_a x;\ a > 1$	$y = f(x) = \log_a x;\ 0 < a < 1$
 ◗ Dom$f = \mathbb{R}^+ \wedge$ Ran$f = \mathbb{R}$ ◗ La función es creciente ◗ La intersección con el eje «y» no existe ◗ La intersección con el eje «x» es (1; 0) ◗ La curva es cóncava hacia abajo	 ◗ Dom$f = \mathbb{R}^+ \wedge$ Ran$f = \mathbb{R}$ ◗ La función es decreciente ◗ La intersección con el eje «y» no existe ◗ La intersección con el eje «x» es (1; 0) ◗ La curva es cóncava hacia arriba

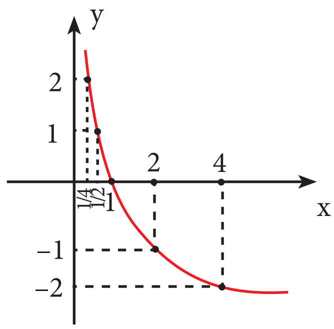
Ejemplo:
Grafica: $f(x) = \log_2 x$

x	1/4	1/2	1	2	4
$y=\log_2 x$	–2	–1	0	1	2



Cuando «x» $\to \infty$, entonces «y» $\to +\infty$
Cuando «x» $\to 0$, entonces «y» $\to -\infty$
Grafica: $f(x) = \log_{1/2} x$

x	4	2	1	1/2	1/4
$y=\log_2 x$	–2	–1	0	1	2



Cuando «x» $\to \infty$, entonces «y» $\to -\infty$
Cuando «x» $\to$ 0, entonces «y» $\to +\infty$

Trabajando en clase

Integral

1. Grafica: $f(x) = 2^x$

2. Grafica: $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

3. Grafica: $f(x) = -5^x$

PUCP

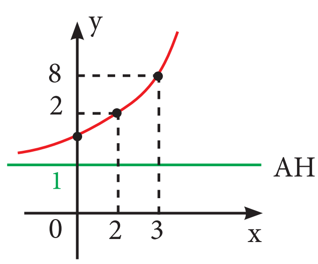
4. Grafica: $f(x) = 7^{x-2} + 1$

Resolución:
Se sabe que $a^x > 0$
entonces: $7^{x-2} > 0$
$\underbrace{7^{x-2} + 1}_{f(x)} > 2$
$f(x) > 1$
f no se puede interceptar a $y = 1$

◗ Valores de referencia
❖ $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$
$7^{x-2} = 7$
$x - 2 = 1$
$\Rightarrow x = 23$

◗ Usando los valores de «x» referencia:

x	2	3
y	2	8



5. Grafica: $f(x) = 5^{x-1} + 2$

6. Grafica: $f(x) = (1/3)^{x+2} - 1$

7. Grafica: $f(x) = -2^x + 1$

UNMSM

8. Grafica: $y = \log_3(x - 1)$

Resolución:

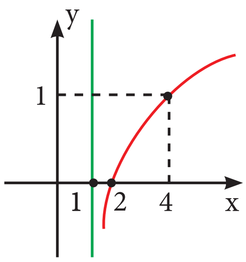
Por definición $x - 1 > 0$, entonces $x > 1$ f no puede interceptar a $x = 1$

Valores de referencia «x»

- $x - 1 = 1$
  $\Rightarrow x = 2$
- $\log_3(x-1) = 1$
  $x - 1 = 3$
  $\Rightarrow x = 4$

Usando los valores de «x» referencia:

x	2	4
y	0	1



9. Grafica: y = log4(x + 2) + 3

10. Sea $f(x) = \log_x (4 - x^2)$ una función, calcula su dominio.

11. Calcula el rango de la función f:
$f(x) = 2^{3+|x|}$

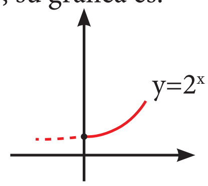
UNI

12. Grafica: $f(x) = 2^{|x|}$

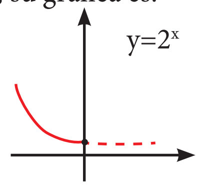
Resolución:

Sabemos $|x| > 0 \Rightarrow x \geq 0 \vee x \leq 0$
entonces, tenemos:

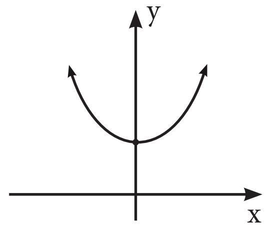
Cuando $x \geq 0$, su gráfica es:



Cuando $x < 0$, su gráfica es:



Luego: $y = 2^{|x|}$

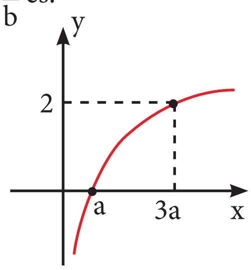


13. Grafica: $f(x) = \log |x|$

14. La figura es un esbozo del gráfico de la función definida por:

$y = \log_{(a+b)}(x-b)$

El valor de $\frac{a}{b}$ es:



UNAC 2011-I