FUNCIÓN CUADRÁTICA

Función cuadrática

$$\boxed{f(x) = ax^2 + bx + c}$$

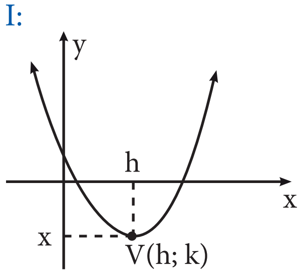
- Cálculo del vértice: V(h; k)

$$h = -\frac{b}{2a} \wedge k = f(h)$$

- Intersección con los ejes coordenados
  - Con el eje de abscisas: «y» se iguala a cero y se reemplaza en la función para obtener el punto o los puntos de corte con el eje «x». $\boxed{y = 0}$
  - Con el eje de ordenadas: «x» se iguala a cero y se reemplaza en la función para obtener el punto de corte con el eje «y». $\boxed{x = 0}$

- Gráfica de una función

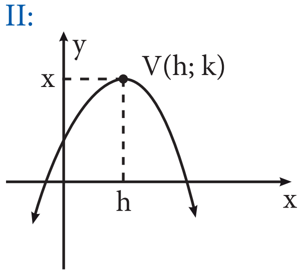
Caso I:



$\boxed{a > 0}$

- k es el mínimo valor de «f»

Caso II:

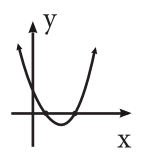
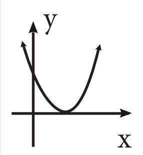
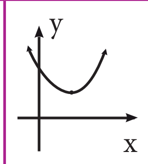
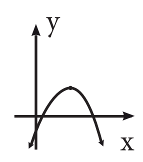
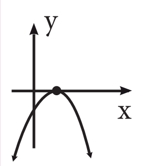
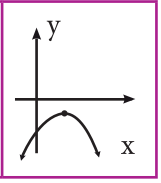


$\boxed{a < 0}$

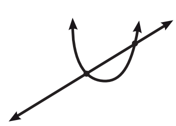
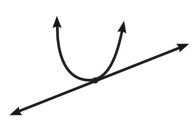
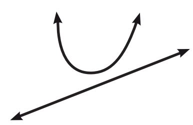
- k es el máximo valor de «f»

Análisis de la gráfica de la función cuadrática según su discriminante

Sea $f(x) = ax^2 + bx + c$

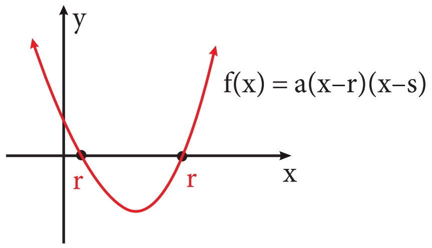
	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
$a > 0$			
$a < 0$			

Intersección de una recta con una parábola

CASO I	CASO II	CASO III
Cuando la recta es secante a la parábola, corta en dos puntos: $f(x) = g(x)$ $\wedge$ $\Delta > 0$  Hay 2 puntos de intersección	Cuando la recta es tangente a la parábola, corta en un punto: $f(x) = g(x)$ $\wedge$ $\Delta = 0$  Hay 1 punto de intersección	Cuando la recta y la parábola no se cortan: $f(x) = g(x)$ $\wedge$ $\Delta < 0$  No hay punto de intersección

Relación en la función cuadrática y la ecuación cuadrática

Se tiene la función: $f(x) = ax^2 + bx + c$; $a \neq 0$ si $f(x) = 0$, entonces, $ax^2 + bx + c = 0$ es una ecuación cuadrática. Si las raíces de dicha ecuación son r y s, se cumple lo siguiente:



- (r; 0) y (s; 0) son los puntos de intersección del gráfico de f con el eje «x». Si el vértice es (h; k), entonces $h = \frac{r+s}{2}$

Advertencia pre

Sea: $f(x) = ax^2 + bx + c$ $\left\langle \begin{array}{l} h = -b/2a \\ k = f(h) \end{array} \right.$

- Si $\boxed{a > 0}$; entonces: $R_F = [k; +\infty\rangle$
  $F_{mín.} = k$
- Si $\boxed{a < 0}$; entonces: $R_F = \langle -\infty; k]$
  $F_{máx.} = k$

Trabajando en clase

Integral

1. Calcula el vértice y el mínimo valor de la función:
$f(x) = x^2 + 8x + 3$

2. Calcula el vértice y el máximo valor de la función:
$f(x) = -x^2 + x + 1$

3. Calcula los puntos de intersección con los ejes coordenados: $f(x) = x^2 - 4x - 12$

PUCP

4. Grafica: $f(x) = x^2 + 2x - 3$

Resolución:

$f(x) = x^2 + 2x - 3$

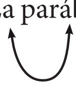
$a = 1; b = 2; c = -3$

$h = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2(1)} = -1 \wedge$

$k = f(h) = f(-1) = (-1)^2 + 2(-1) - 3$

$k = -4$

- ❖ Vértice: V(–1; –4)
- ❖ Si $\boxed{a=1>0}$ ⇒ La parábola se abre hacia arriba



- ❖ Intersecciones
  - Con el eje de abscisas (y = 0)

    $0 = x^2 + 2x - 3$

    x +3

    x –1

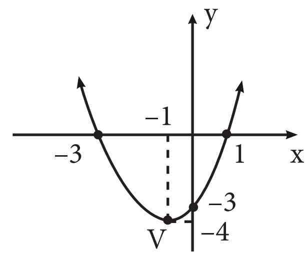
  ∴ Puntos de intersección (–3; 0) y (1; 0)
  - Con el eje de ordenadas (x = 0)

    $y = 0^2 + 2(0) - 3$

    $y = -3$

  ∴ punto de intersección: (0; –3)

- ❖ Gráfica



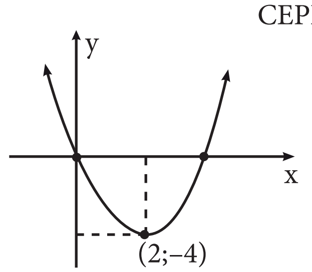
5. Grafica e indica el máximo valor que puede alcanzar la función: $f(x) = -x^2 + 6x - 8$.

CEPREPUC 2013

6. Grafica $y = x^2 + 1$, si $-1 \leq x \leq 4$ e indica el dominio y rango.

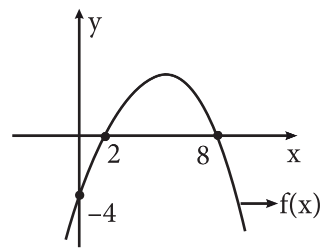
7. Determina la ecuación correspondiente a la parábola mostrada:

CEPREPUC 2013



UNMSM

8. Según la gráfica de f, calcula f(5):



Resolución:

Usaremos la forma siguiente:

$y = a(x - r)(x - s)$

donde «r» y «s» son puntos de intersección del gráfico de f con el eje «x».

entonces, del gráfico:

$r = 2 \wedge s = 8$

$\Rightarrow y = a(x - 2)(x - 8)$

Además, $(0; -4) \in f$

$\Rightarrow -4 = a(0 - 2)(0 - 8)$

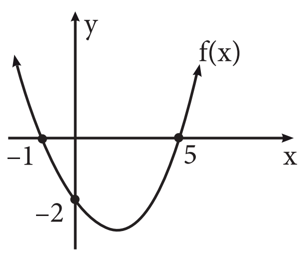
$a = \dfrac{-1}{4}$

$\Rightarrow y = f(x) = \dfrac{-1}{4}(x - 2)(x - 8)$

Nos piden:

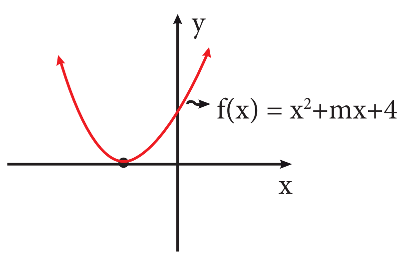
$f(5) = \dfrac{-1}{4}(5 - 2)(5 - 8) = \dfrac{9}{4}$

9. Según la gráfica de f, calcula f(1).



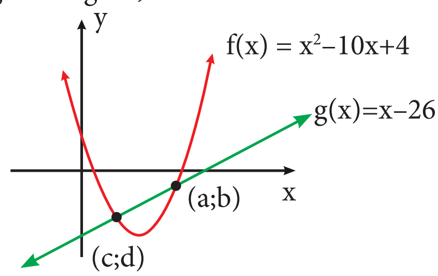
10. Determina los puntos de intersección de las siguientes funciones: $f(x) = x^2 - 1 \wedge g(x) = 3x - 1$

11. Según la gráfica, calcula «m».



UNI

12. Según la figura, calcula «a + b + c + d».



Resolución:

Del gráfico se reconoce que (a, b) y (c, d) son los puntos de intersección de f y g, por lo tanto:

$f(x) = g(x)$

$x^2 - 10x + 4 = x - 26$

$x^2 - 1x + 30 = 0$

$x \quad -6$

$x \quad -5$

$(x - 6)(x - 5) = 0$

$x_1 = 6 \;\; x_1 = 5$

entonces, tenemos:

$x_1 = 6 \Rightarrow y_1 = 6 - 26 = -20$

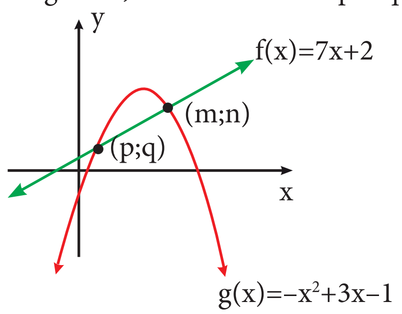
$x_2 = 5 \Rightarrow y_2 = 5 - 26 = -21$

luego: $(a, b) = (6; -20) \wedge (c, d) = (5; -21)$

$a = 6; b = -20; c = 5; d = -21$

$\therefore\; a + b + c + d = -30$

13. Según la gráfica, calcula «m + n + p + q».



14. Dada la función «f», cuya regla de correspondencia es $f(x) = x^2 - 2x + a$, podemos afirmar que los gráficos adjuntos corresponden:

UNI 1997