



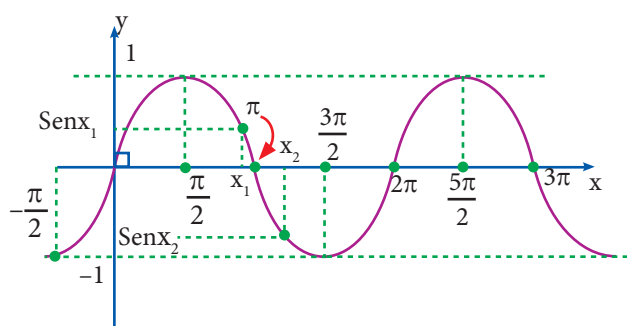
FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Funciones trigonométricas seno

Representación

F. T. (Seno) = $\{(x; y) / y = \text{Sen}x; x \in D(\text{seno})\}$

Gráfica



Del gráfico se afirma:

$D(\text{Seno}) = \mathbb{R}$

$R(\text{Seno}) = [-1; 1]$

Es continua en $\mathbb{R}$

Creciente y decreciente

Periódica, período principal: 2π

Es una función impar: $\text{Sen}(-x) = -\text{Sen}x$

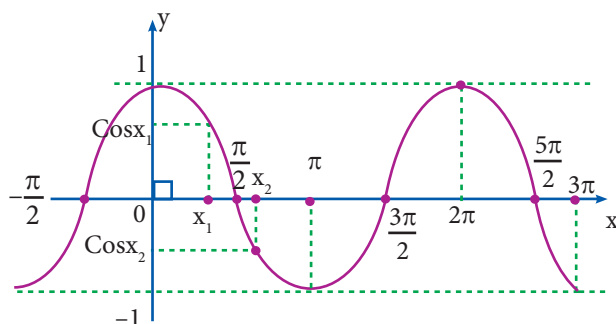
No es inyectiva

Función trigonométrica Coseno

Representación

F.T. (Coseno) = $\{(x; y) / y = \text{Cos}x; x \in D(\text{coseno})\}$

Gráfica



Del gráfico se afirma:

$D(\text{Coseno}) = \mathbb{R}$

$R(\text{Coseno}) = [-1; 1]$

Es continua en $\mathbb{R}$

Creciente y decreciente

Función par: $\text{Cos}(-x) = \text{Cos}x$

Periódica; período principal: 2π

No es inyectiva

Criterios de periodicidad

Las consideraciones a tener en cuenta para el cálculo del periodo será:

Dada la función:

$f(x) = A + B \cdot \text{F.T.}^n(kx + \phi)$

Donde $k \in \mathbb{R} - \{0\}$; $n \in \mathbb{Z}^+$

$\Rightarrow$ Para Seno y Coseno

n: impar	n: par
$T = \frac{2\pi}{ k }$	$T = \frac{\pi}{ k }$

Ejemplo:

$f(x) = 4\text{Cos}2x$

$n = 1 \Rightarrow T = \frac{2\pi}{2} = \pi$

$k = 2$

$g(x) = \text{Sen}^4x$

$n = 4 \Rightarrow T = \frac{\pi}{1} = \pi$

$k = 1$

Advertencia pre

La gráfica de una función *par* siempre es simétrica con respecto al eje «y» mientras que la función *impar* es simétrica respecto al eje «x».

Trabajando en clase

Integral

- Completa los pares ordenados de la siguiente función:

$$F.T.(\text{Sen}) = \left\{ \left(0; \quad\right), \left(\frac{\pi}{6}; \quad\right), \left(\frac{\pi}{4}; \quad\right), \dots \right\}$$
- Señala verdadero (V) o falso (F) según corresponda en:
 - La función $y = f(x) = \text{Sen}x$, tiene un máximo en $\langle 0; \pi \rangle$
 - la función $y = f(x) = \text{Sen}x$ es inyectiva en $\left\langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right\rangle$
 - La función $y = f(x) = \text{Sen}x$ es impar
- Halla el período de:
 $f(x) = 4\text{Cos}^6 2x$

PUCP

- Dada la función seno, calcula un valor de «x» si el par ordenado $\left(\frac{\pi}{3} + x; \frac{1}{2}\right)$ pertenece a dicha función.

Resolución:

$$\text{Como } \left(\frac{\pi}{3} + x; \frac{1}{2}\right) \in f(\text{seno})$$

$$\text{Sen} \left(\frac{\pi}{3} + x\right) = \frac{1}{2} = \text{Sen} \frac{\pi}{6}$$

$$\frac{\pi}{3} + x = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore x = -\frac{\pi}{6}$$

- Dada la función coseno, calcula un valor de «x» si el par ordenado $\left(\frac{\pi}{10} + 2x; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ pertenece a dicha función.
- Halla el dominio de:
 $y = f(x) = 1 + 2\text{Sen}x$
- Halla el rango de:
 $y = f(x) = 4 + 3\text{Cos}2x$

UNMSM

- Halla el dominio y rango de la función:
 $y = f(x) = \sqrt{\text{Cos}x - 1}$

Resolución:

Analizando:

$$y = f(x) = \sqrt{\text{Cos}x - 1} \Rightarrow \text{Cos}x - 1 \geq 0$$

$$\text{Cos}x \geq 1: \begin{cases} \text{Cos}x = 1 \\ \text{Cos}x > 1 \end{cases}$$

$$\therefore \text{Cos}x = 1 \Rightarrow x = 2n\pi; n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Dom}(f) = \{x \in \mathbb{R} / x = 2n\pi; n \in \mathbb{Z}\}$$

$$\text{sabemos que: } \text{Cos}x = 1$$

$$\text{Cos}x - 1 = 0$$

$$\sqrt{\text{Cos}x - 1} = 0$$

$$\therefore \text{Ran}(f) = \{y \in \mathbb{R} / y = 0\}$$

- Halla el dominio y rango de la función:
 $y = f(x) = \sqrt{1 - \text{Sen}x}$

- Halla el período de la función:
 $f(x) = 4 + 3\text{Sen}4x$

- Halla el dominio de:
 $g(x) = \frac{3\text{Sen}x + 1}{1 + \text{Cos}x}$

UNI

- Calcula el rango de la función:
 $y = f(x) = \text{Sen}x (1 - \text{Sen}x)$

Resolución:

$$y = f(x) = \text{Sen}x - \text{Sen}^2 x \\ = -(\text{Sen}^2 x - \text{Sen}x)$$

Completando cuadrados

$$y = f(x) = \frac{1}{4} - \left(\text{Sen}^2 x - \text{Sen}x + \frac{1}{4}\right)$$

$$f(x) = \frac{1}{4} - \left(\text{Sen}x - \frac{1}{2}\right)^2$$

Sabemos que:

$$-1 \leq \text{Sen}x \leq 1$$

$$-\frac{3}{2} \leq \text{Sen}x - \frac{1}{2} \leq -\frac{1}{2}$$

$$0 \leq \left(\text{Sen}x - \frac{1}{2} \right)^2 \leq \frac{9}{4}$$

$$-\frac{9}{4} \leq -\left(\text{Sen}x - \frac{1}{2} \right)^2 \leq 0$$

$$-2 \leq \frac{1}{4} - \left(\text{Sen}x - \frac{1}{2} \right)^2 \leq \frac{1}{4}$$

$$\therefore \text{Ran}(f) \forall y \in \left[-2; \frac{1}{4} \right]$$

13. Calcula el rango de la función:

$$g(x) = \text{Cos}x(\text{Cos}x - 1)$$

14. Halla el período de:

$$y = f(x) = \text{Sen}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + \text{Sen}\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$