FRACCIONES ALGEBRAICAS

MÁXIMO COMÚN DIVISOR

El MCD de dos o más expresiones algebraicas es la expresión de mayor grado posible contenida como factor, un número entero de veces en dichas expresiones.
Para calcular el MCD, se factorizan estas expresiones, y el MCD estará formado por el producto de los factores comunes con su menor exponente.

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

El MCM de dos o más expresiones algebraicas es la expresión de menor grado posible que contiene un número entero de veces a dichas expresiones.
Para calcular el MCM, se factorizan estas expresiones y el MCM se formará con los productos de los factores comunes y no comunes con su mayor exponente.

¡Ojito!

Para dos polinomios P y Q se cumple: $\boxed{MCD_{P(x);Q(x)}.MCM_{P(x);Q(x)}=P(x).Q(x)}$

FRACCIÓN ALGEBRAICA

Una fracción algebraica es la razón indicada de dos expresiones racionales, de las cuales el denominador no debe ser una constante.

Ejemplo:

* $P(x)=\dfrac{x-1}{x-3}$
* $Q(x)=\dfrac{x-3}{\sqrt{x}}$
* $R(x)=\dfrac{x-3}{\sqrt{2}}$
* $A(x)=\dfrac{3x-1}{4}$

$\Rightarrow R(x)$ y $A(x)$ no son fracciones algebraicas.

1. Fracciones equivalentes

Dos fracciones son equivalente cuando adoptan los mismo valores numéricos para un dominio o conjunto de valores admisibles comunes.

A) Fracción homogénea:

Dos o más fracciones serán homogéneas si tienen el mismo denominador:

Ejemplo:

* $\dfrac{x^2-1}{x^2+7x+1};\dfrac{x^3+2}{x^2+x+1};\dfrac{x}{x^2+x+1}$

B) Fracción heterogénea:

Dos o más fracciones serán heterogéneas si tienen diferentes denominadores.

Ejemplo:

* $\dfrac{x+1}{x-1};\dfrac{x+2}{x^2+1};\dfrac{x^3-2}{x+1}$

C) Fracción valor constante.

Llamada también fracción independiente de sus variables, es aquella que admite el mismo valor numérico al suscribir sus variables por cualquier valor constante permisible.

Propiedad:

Si la fracción: $\dfrac{ax+by+c}{mx+ny+p}$ asume un valor constante, es decir, es independiente de sus variables.

$$\Rightarrow \frac{a}{m}=\frac{b}{n}=\frac{c}{p}=k$$

2. Simplificación de fracciones:

Simplificar una fracción significa determinar otra fracción equivalente a ella, cuyos términos sean primos entre sí. Para lograr esto, se deberá factorizar numerador y denominador y luego se eliminarán los factores comunes a ambos términos.

Trabajando en clase

Integral

1. Determina el MCD y MCM de los siguientes monomios:
$A(a;\, b;\, c) = 8a^2b^3c^5$
$B(a;\, b;\, c) = 12a^5b^2c^4$
$C(a;\, b;\, c) = 20a^4b^5c^7$

2. Calcula el MCD y MCM de los siguientes polinomios:
$P(x) = 6(x - 1)^2(x + 1)^5(x + 4)^6$
$Q(x) = 8(x - 1)^4(x + 1)^3(x + 4)^7$

3. Determina el MCD y el MCM de los siguientes polinomios.
$A(x;\, y) = 2(x + 1)^3y^2$
$B(x;\, y) = 4(x + 1)^5y^4z^2$

PUCP

4. Calcula el MCD y MCM de los siguientes polinomios:
$A(x) = x^2 + 8x + 12$
$B(x) = x^2 - 36$
Resolución:
$A(x) = (x + 6)(x + 2)$
$B(x) = (x + 6)(x - 6)$
$MCD = x + 6$
$MCM = (x + 6)(x + 2)(x - 6)$

5. Calcula el MCD y MCM de los siguientes polinomios:
$A(x) = x^2 - 8x - 20$
$B(x) = x^2 - 5x - 50$

6. Calcula el MCD y MCM de los siguientes polinomios:
$P(a) = 4a^2 - 81$
$Q(a) = 2a^2 - 9a$

7. Calcula $\dfrac{MCM}{MCD}$ en los polinomios
$A(x) = x^2 + 4x + 4$
$B(x) = x^2 - 4$
$C(x) = x^2 - x - 6$

UNMSM

8. Simplifica:
$$A = \frac{x^2-1}{x^2-x-2}\cdot\frac{x^2+5x+6}{x^2-9}\cdot\frac{x^2-5x+6}{x^2+x-2}$$
Resolución:
$$A = \frac{\cancel{(x+1)}\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-2)}\cancel{(x+1)}}\cdot\frac{\cancel{(x+2)}\cancel{(x+3)}}{\cancel{(x+3)}\cancel{(x-3)}}\cdot\frac{\cancel{(x-2)}\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x+2)}\cancel{(x-1)}}$$
$\therefore\ A = 1$

9. Simplifica:
$$A = \frac{a^2-16}{a^2+7x+12}\cdot\frac{a^2+5a+6}{a^2-10a+24}\cdot\frac{a^2-11a+30}{a^2-3a-10}$$

10. Reduce:
$$A = \frac{x+2}{3x-1}+\frac{x+1}{3-2x}+\frac{4x^2+6x+3}{6x^2-11x+3}$$

11. Reduce:
$$E = \frac{\dfrac{1}{1+\dfrac{y}{x-y}}}{\dfrac{1}{1-\dfrac{y}{x+y}}}$$
PUCP POP 2000

UNI

12. Calcula A.B si:
$$\frac{x-7}{x^2+x-6} = \frac{A}{x+3}+\frac{B}{x-2}$$
Resolución:
$$* \ \frac{x-7}{x^2+x-6} = \frac{A(x-2)+B(x+3)}{(x+3)(x-2)}$$
$$\frac{x-7}{x^2+x-6} = \frac{Ax-2A+Bx+3B}{x^2+x-6}$$
$$\Rightarrow x-7 = (A+B)X+3B-2A$$
$$\Rightarrow A+B = 1 \rightarrow \quad 2\cancel{A}+2B = 2$$
$$3B-2A = -7 \rightarrow \quad \frac{3B-\cancel{2A} = -7}{5B = -5}$$
Entonces $B = -1 \ \wedge\ A = 2$
$\therefore\ AB = -2$

13. Calcula AB si se sabe:
$$\frac{4x+5}{x^2+x-2} = \frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+2}$$

14. Calcula A + B.
$$A = \left[\frac{\dfrac{x+1}{x-1}-\dfrac{x-1}{x+1}}{\dfrac{x-1}{x+1}+\dfrac{x+1}{x-1}}\right]\left[\frac{x^2+1}{2a^2-2b}\right]\div\frac{2x}{a^2-b}$$
$$B = \frac{x-1}{(x+2)-\dfrac{x^2+2}{x-\dfrac{x-2}{x+1}}}$$
UNI 1998