



FORMULA GENERAL DE LAS ECUACIONES DE SEGUNDO

FORMA GENERAL

Presenta la siguiente forma:

$$ax^2 + bx + c = 0; a \neq 0$$

FÓRMULA GENERAL

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ejemplos:

- Resuelve:

$$x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$a = 1; b = -4; c = -3$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-3)}}{2(1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{28}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{7}}{2}$$

$$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x_1 = 2 - \sqrt{7}$$

$$x_2 = 2 + \sqrt{7}$$

DISCRIMINANTE (Δ)

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Propiedades del discriminante

- Si $\Delta = 0 \Rightarrow$ sus raíces son reales e iguales.
- Si $\Delta > 0 \Rightarrow$ sus raíces son reales y diferentes.
- Si $\Delta < 0 \Rightarrow$ sus raíces son complejas y conjugadas.

Ejemplos:

Analiza en cada caso la naturaleza de las raíces.

- $4x^2 - 5x + 1 = 0$

Se observa: $a = 4; b = -5$ y $c = 1$.

Luego: $\Delta = (-5)^2 - 4(4)(1)$

$$\Delta = 25 - 16 \Rightarrow \Delta = 9 > 0$$

Como: $\Delta > 0$, entonces sus raíces son reales y diferentes.

- $9x^2 + 6x + 1 = 0$

Se observa: $a = 9; b = 6$ y $c = 1$

Luego: $\Delta = (6)^2 - 4(9)(1)$

$$\Delta = 36 - 36 \Rightarrow \Delta = 0$$

Entonces sus raíces son reales e iguales.

- $x^2 - x + 1 = 0$

Se observa: $a = 1; b = -1$ y $c = 1$

Luego: $\Delta = (-1)^2 - 4(1)(1)$

$$\Delta = 1 - 4 \Rightarrow \Delta = -3 < 0$$

Como $\Delta < 0$ entonces sus raíces son complejas y conjugadas.

RECONSTRUCCIÓN DE UNA ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO

Dadas las raíces « x_1 » y « x_2 », la ecuación que posee estas raíces será:

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$$

Ejemplo:

Forma la ecuación de segundo grado que tenga por raíces 3 y -2.

Resolución

Sean las raíces:

$$x_1 = 3; x_2 = -2$$

Calculando:

$$x_1 + x_2 = 3 + (-2) \Rightarrow x_1 + x_2 = 1$$

$$x_1x_2 = (3)(-2) \Rightarrow x_1x_2 = -6$$

Luego, la ecuación pedida es:

$$x^2 - x - 6 = 0$$

Trabajando en clase

Integral

1. Determina qué tipo de raíces tiene cada ecuación:

- a) $2x^2 - x - 3 = 0$
 b) $3x^2 + 2x + 1 = 0$
 c) $2x^2 - 4x + 2 = 0$

2. Resuelve:

$$x^2 + x - 3 = 0$$

3. Resuelve:

$$2x^2 - 5x = 0$$

UPCP

4. Si una raíz de $4x^2 + (k + 2)x + 2k + 1 = 0$ es -1 , calcula el valor de «k».

Resolución:

Como una raíz es el valor que toma la variable, en este caso «x» reemplazamos:

$$\begin{aligned} 4(-1)^2 + (k + 2)(-1) + 2k + 1 &= 0 \\ 4 - k - 2 + 2k + 1 &= 0 \\ k + 3 &= 0 \\ \therefore k &= -3 \end{aligned}$$

5. Si una raíz de $3x^2 - (m - 1)x + 3m + 1 = 0$ es 2, calcula el valor de «m».

6. Construye la ecuación de segundo grado cuyas raíces son -5 y 3 .

7. Construye la ecuación de segundo grado cuyas raíces son $\frac{1}{3}$ y $-\frac{1}{2}$.

UNMSM

8. Determina el mayor valor de «m» en la ecuación:

$$(2m - 1)x^2 - (m - 1)x + 1 = 0$$

si tiene raíces iguales.

Resolución:

Como tiene raíces iguales, el discriminante es igual a cero.

$$\Delta = 0$$

$$a = (2m - 1); b = -(m + 1); c = 1$$

$$(-(m + 1))^2 - 4(2m - 1)(1) = 0$$

$$m^2 + 2m + 1 - 8m + 4 = 0$$

$$m^2 - 6m + 5 = 0$$

$$m \leftarrow \begin{array}{c} \uparrow \\ -5 \\ \downarrow \end{array}$$

$$m \leftarrow \begin{array}{c} \uparrow \\ -1 \\ \downarrow \end{array}$$

$$\underbrace{(m - 5)}_{=0} \underbrace{(m - 1)}_{=0} = 0$$

$$m - 5 = 0 \quad \checkmark \quad m - 1 = 0$$

$$m = 5 \quad \checkmark \quad m = 1$$

Mayor valor de $m = 5$

9. La siguiente ecuación:

$$x^2 + (m - 1)x + 2 - m = 0$$

tiene conjunto solución unitario. Calcula la suma de valores de «m».

10. La ecuación $x^2 + (m - 2)x + m - 3 = 0$ tiene raíz doble. Calcula el mayor valor de «m».

11. La ecuación $(m - 1)x^2 + (2m + 2)x + 2m - 1 = 0$ tiene conjunto solución unitario. Calcula el menor valor de «m».

UNI

12. Construye la ecuación cuadrática que tiene como raíces a $3 + \sqrt{2}$ y $3 - \sqrt{2}$.

Resolución:

$$\begin{aligned} x^2 - (\text{suma de raíces})x + (\text{producto raíces}) &= 0 \\ x^2 - (3 + \sqrt{2} + 3 - \sqrt{2})x + (3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2}) &= 0 \\ x^2 - (6)x + (3^2 - \sqrt{2}^2) &= 0 \\ x^2 - 6x + 7 &= 0 \end{aligned}$$

13. Construye la ecuación cuadrática que tiene como raíces a $4 + \sqrt{5}$ y $4 - \sqrt{5}$.

14. Calcula el valor de «k» para que la ecuación:

$$kx^2 + x + 2 = x^2 + 2kx$$

tenga raíz de multiplicidad 2.