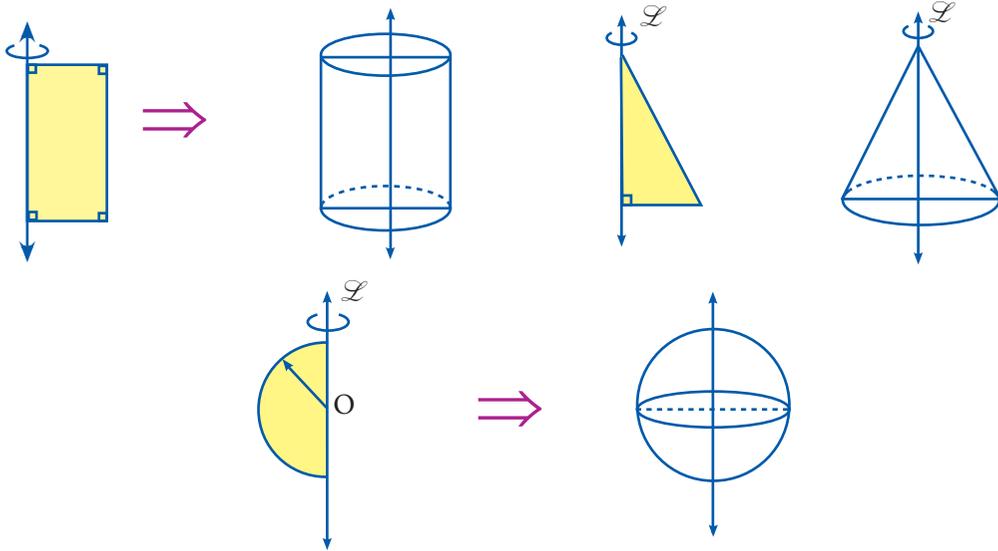




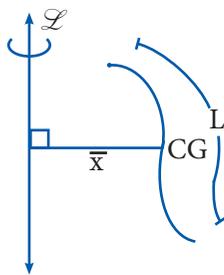
FIGURAS DE REVOLUCIÓN Y TEOREMA DE PAPPUS

Un cuerpo de revolución es aquel que se origina al girar una figura plana alrededor de un eje. Las caras de un cuerpo de revolución son curvas.



Teorema de Pappus

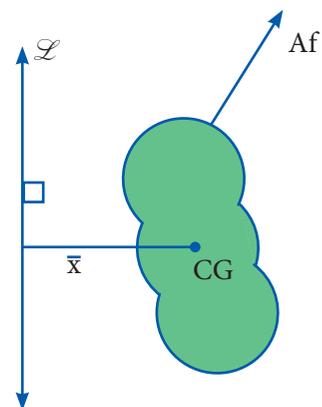
Primer teorema (Áreas)



$$A_{\text{sólido}} = 2\pi \cdot \bar{x} \cdot L$$

CG: centro de gravedad
L: longitud

Segundo teorema (Volumen)



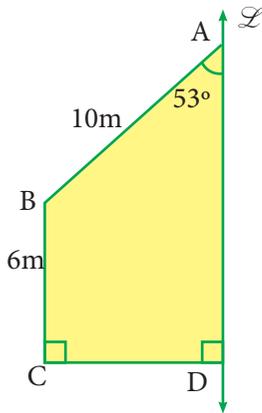
$$V_{\text{sólido}} = 2\pi \cdot \bar{x} \cdot Af$$

Af: área de la figura
 \bar{x} : distancia del centro de gravedad al eje de giro.

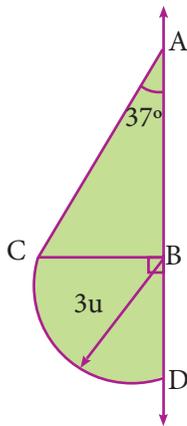
Trabajando en clase

Integral

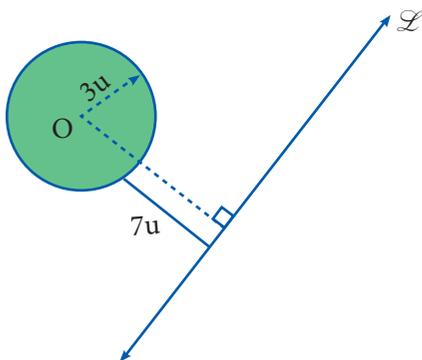
1. Calcula el volumen del sólido generado al girar 360° el trapecio rectángulo ABCD alrededor de la recta \mathcal{L} .



2. Calcula el volumen del sólido generado al girar 360° la figura sombreada alrededor de la recta \mathcal{L} .

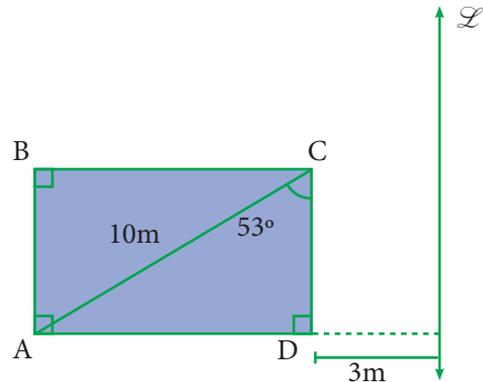


3. Calcula el volumen del sólido generado al girar 360° la figura sombreada alrededor de la recta \mathcal{L} .

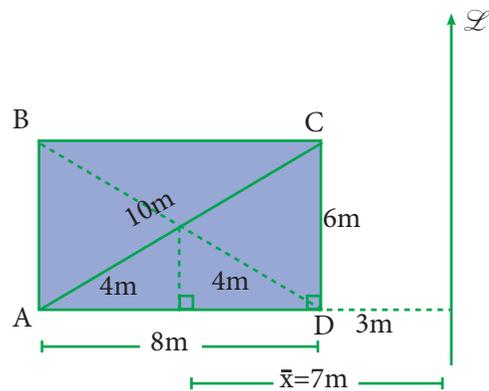


PUCP

4. Calcula el volumen del sólido generado al girar la figura 360° alrededor de la recta \mathcal{L} .



Resolución:

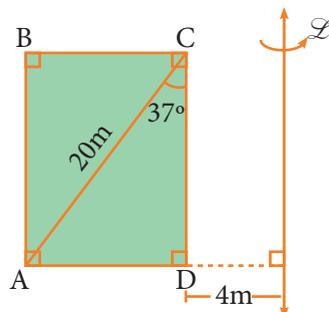


$$V = 2\pi \bar{x} \cdot A_{\text{fig}}$$

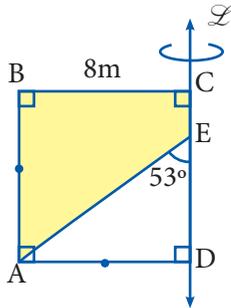
$$V = 2\pi(7)(8 \times 6)$$

$$V = 672 \pi \text{ m}^3$$

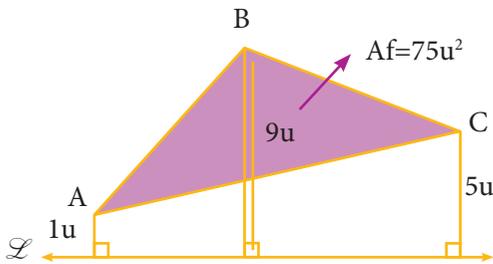
5. Calcula el volumen del sólido generado al girar la figura sombreada 360° alrededor de la recta \mathcal{L} .



6. Calcula el volumen del sólido generado al girar la figura sombreada 360° alrededor de la recta \mathcal{L} .



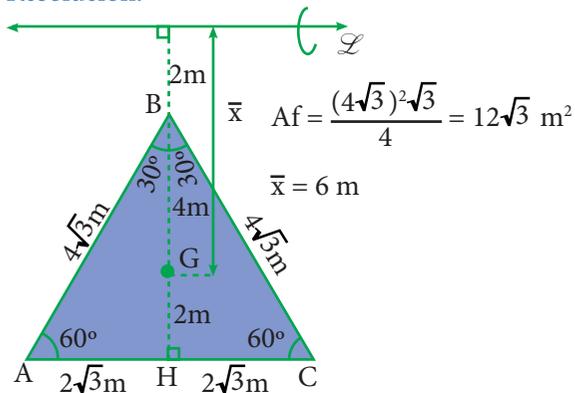
7. Calcula el volumen generado al girar la figura 360° alrededor de la recta \mathcal{L} .



UNMSM

8. Calcula el volumen del sólido generado por un triángulo equilátero ABC, al girar 360° alrededor de una recta exterior al triángulo perpendicular a la altura \overline{BH} y que está a una distancia del vértice B igual a 2m; si $AB = 4\sqrt{3}$ m.

Resolución:



$$V = 2\pi \bar{x} Af$$

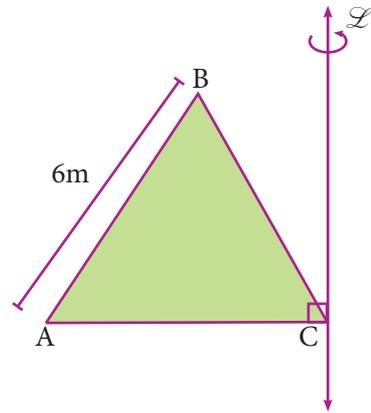
$$V = 2\pi \cdot 6 \cdot 12\sqrt{3}$$

$$V = 144\sqrt{3} \pi \text{ m}^3$$

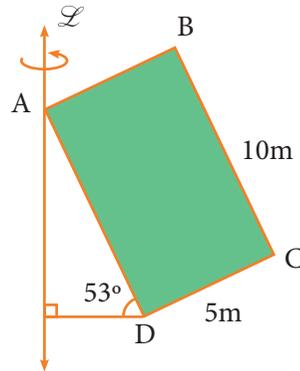
9. Calcula el volumen del sólido generado por un triángulo equilátero ABC, al girar 360° alrededor de una recta exterior al triángulo perpendicular a

la altura \overline{BH} y que está a una distancia del vértice B igual a 5m, si $AB = 6\sqrt{3}$ m.

10. Calcula el volumen del sólido generado por el triángulo equilátero ABC, al girar 360° alrededor de la recta \mathcal{L} .

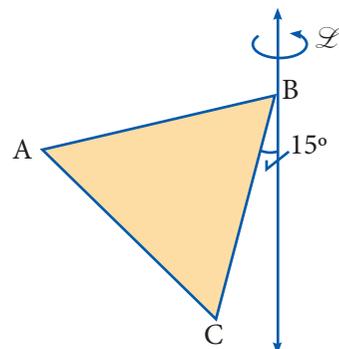


11. Calcula el volumen del sólido generado por el rectángulo ABCD al girar 360° alrededor de la recta \mathcal{L} .

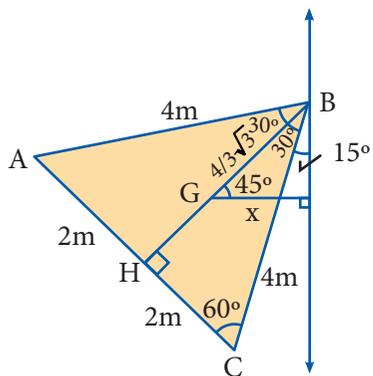


UNI

12. Calcula el volumen generado al girar 360° el triángulo equilátero ABC cuyo lado mide 4m alrededor de la recta \mathcal{L} .



Resolución:



$$x = \frac{2}{3} \sqrt{6} \text{ m}$$

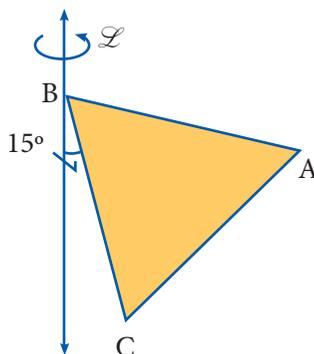
$$x = \frac{4^2 \sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \text{ m}^2$$

$$V = 2\pi \bar{x} \cdot A$$

$$V = 2\pi \left(\frac{2}{3} \sqrt{6} \right) (4\sqrt{3})$$

$$V = 16\pi \sqrt{2} \text{ m}^3$$

13. Calcula el volumen generado al girar 360° el triángulo equilátero ABC sombreado cuyo lado mide 6m, alrededor de la recta \mathcal{L} .



14. Calcula el volumen generado al girar 360° el hexágono regular sombreado cuyo lado mide 10m, alrededor de la recta \mathcal{L} .

