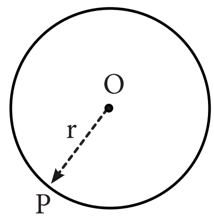
Materiales Educativos GRATIS

GEOMETRIA — TERCERO

ELEMENTOS DE LA CIRCUNFERENCIA

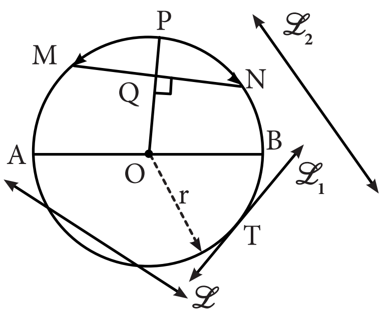
Se denomina circunferencia, al conjunto de puntos del plano que equidistan de otro punto dado en el plano. El punto dado se llama centro y la distancia dada es el radio.



Elementos

- Centro: O
- Radio: r

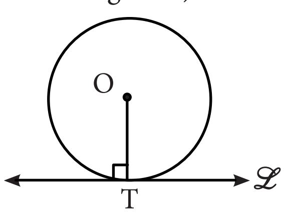
1. Líneas relacionadas con la circunferencia



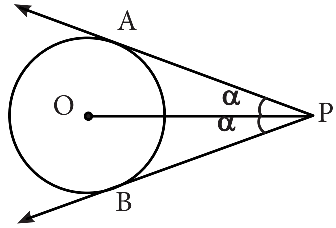
- Cuerda: $\overline{MN}$
- Diámetro: $\overline{AB}$
- Arco: $\overset{\frown}{MN}$
- Fecha o sagita: $\overline{PQ}$
- Recta secante: $\overleftrightarrow{\mathscr{L}}$
- Recta tangente: $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_1}$
- Recta exterior: $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_2}$

2. Propiedades generales

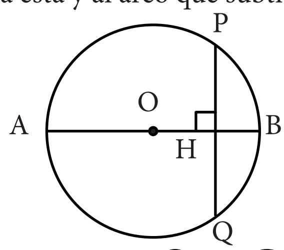
- Todo radio es perpendicular a una recta tangente en su punto de tangencia. (O: centro, T: punto de tangencia)



- Los segmentos de tangente trazados desde un punto exterior a una circunferencia son congruentes.

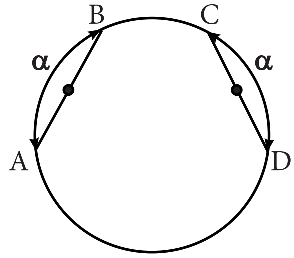


- Todo diámetro perpendicular a una cuerda biseca a esta y al arco que subtiende.

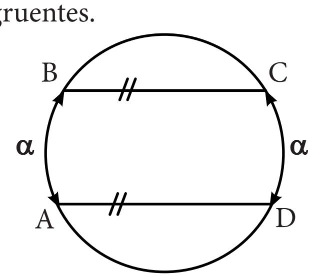


PH = HQ y $m\overset{\frown}{PB} = m\overset{\frown}{BQ}$

- En una misma circunferencia o en circunferencias congruentes, las cuerdas congruentes subtienden arcos congruentes.

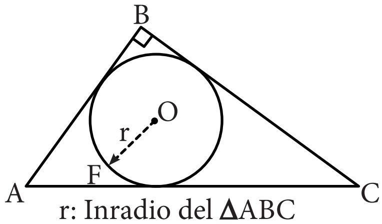


- En toda circunferencia se cumple que los arcos comprendidos entre cuerdas paralelas son congruentes.



3. Teorema de Poncelet

En todo triangulo rectángulo, la suma de las medidas de los catetos es igual a la medida de la hipotenusa más el doble del Inradio.



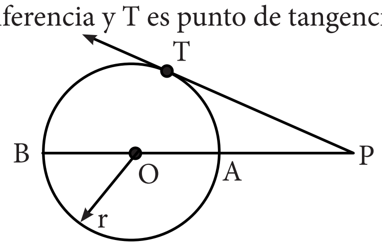
r: Inradio del ΔABC

$$\boxed{AB + BC = AC + 2r}$$

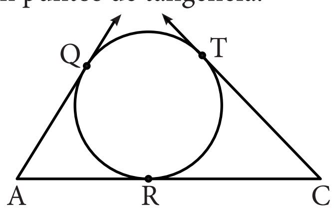
Trabajando en clase

Integral

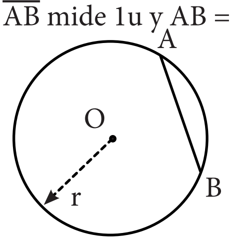
1. Calcula PT, si PA = 8 u, r = 5 u, O es centro de la circunferencia y T es punto de tangencia.



2. Calcula AC si AQ = 9 m + x, CT = 13 m – x y Q, R y T son puntos de tangencia.

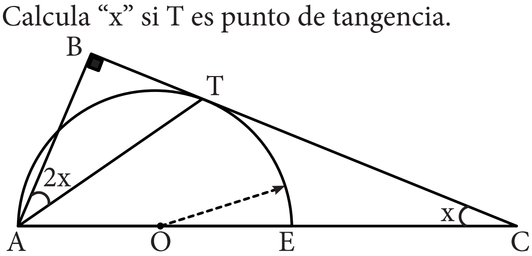


3. Calcula la longitud del radio, si la flecha correspondiente a $\overline{AB}$ mide 1u y AB = 6 u.



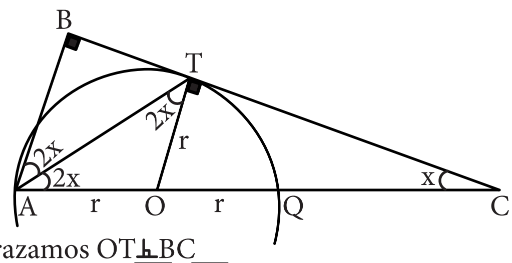
PUCP

4. Calcula “x” si T es punto de tangencia.



Resolución:

Piden "x":



Trazamos $\overline{OT} \perp \overline{BC}$

Ahora, como $\overline{AB}//\overline{OT}$, por ángulos alternos internos: m∠BAT = m∠ATO = 2x

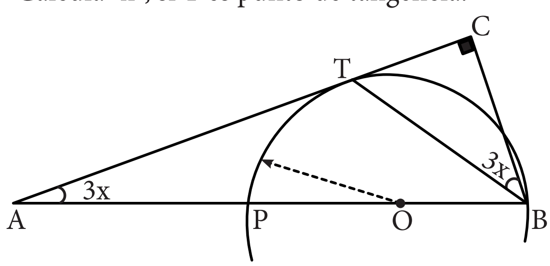
En el ΔATO isósceles: m∠OAT = m∠ATO = 2x

Finalmente:

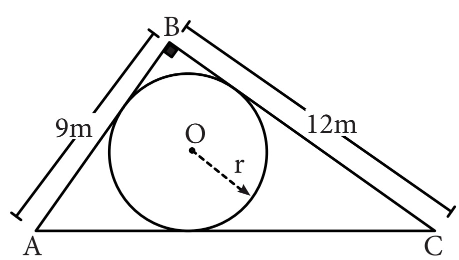
◺ABC: 4x + x = 90°

x = 18°

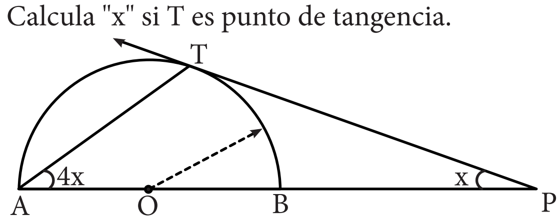
5. Calcula "x", si T es punto de tangencia.



6. Calcula la longitud del inradio r mostrado.

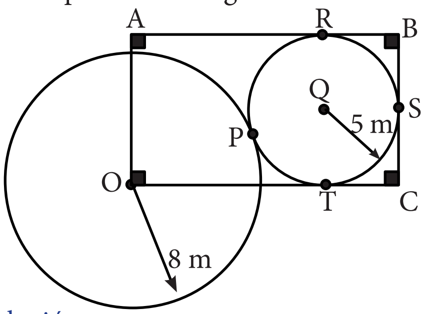


7. Calcula "x" si T es punto de tangencia.

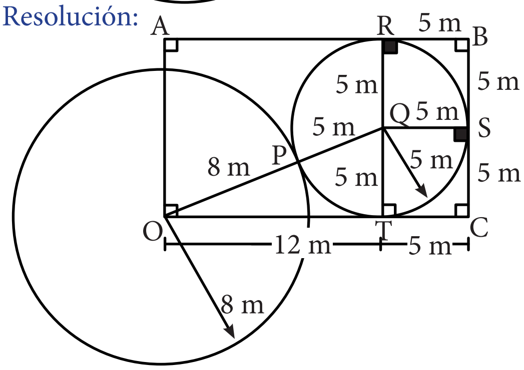


UNMSM

8. Calcula el perímetro del rectángulo OABC si P, R, S y T son puntos de tangencia.



Resolución:



Trazamos: $\overline{OQ}$: OQ = 8 + 5 = 13 m

Luego: $\overline{QT} \perp \overline{OC}$, QT = 5 m

Por triángulo pitagórico OT = 12 m.

Después: $\overline{QS} \perp \overline{BC}$

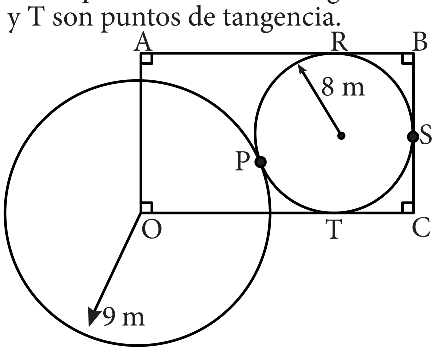
$\Rightarrow$ QSCT: cuadrado

QRBS: cuadrado

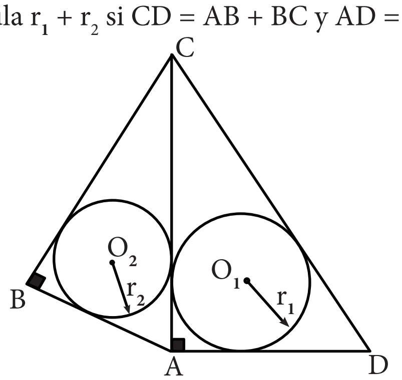
RB = TC = BS = SC = 5m

$\therefore$ Perímetro ▭OABC = 17 + 10 + 17 + 10 = 54 m

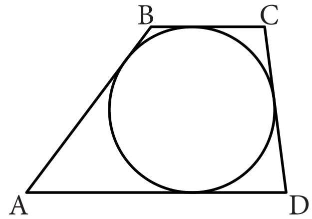
9. Calcula el perímetro del rectángulo OABC, si P, R, S y T son puntos de tangencia.



10. Calcula $r_1 + r_2$ si CD = AB + BC y AD = 24 m.

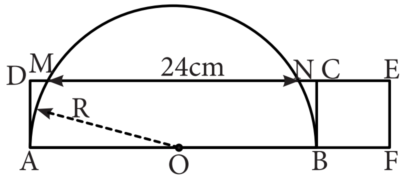


11. Calcula el perímetro del trapecio ABCD si $\overline{BC}//\overline{AD}$ y su mediana tiene una longitud de 16 m.

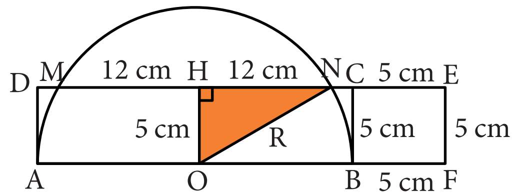


UNI

12. Calcula R, si ABCD es un rectángulo y BCEF es un cuadrado de perímetro 20 cm.



Resolución:



Trazo $OH \perp MN \Rightarrow MH = HN = 12$ cm

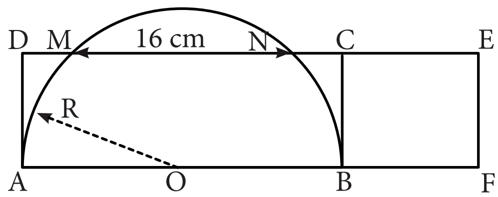
Luego $2p_{\square BCEF} = 20$ cm

$\Rightarrow BC = \dfrac{20}{4} = 5$ cm

◺OHN: pitagórico

R = 13 cm

13. Calcula R si ABCD es un rectángulo y BCEF es un cuadrado de perímetro 24 cm.



14. Calcula la longitud del inradio del triángulo AMO, si AO = 5 u, AB = 8 u, BC = 11 u y CD = 10 u, además, O es centro de la circunferencia inscrita en el cuadrilátero ABCD y M es punto de tangencia.