



SERIES ARITMÉTICAS Y GEOMÉTRICAS

DEFINICIÓN

Una serie numérica es la adición indicada de los términos de una sucesión numérica, cuyo resultado se llama valor de serie.

Ejemplos:

Sucesión : 4; 7; 10; 13; 16; ...; 91

Serie : $4 + 7 + 10 + 13 + 16 + \dots + 91$

1. Serie aritmética

Es la adición indicada de los términos de una sucesión lineal, aritmética o de primer grado.

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + \dots + t_n = S$$

$\xrightarrow{+r}$ $\xrightarrow{+r}$ $\xrightarrow{+r}$

t_1 : primer término

r : razón

t_n : término enésimo

n : número de términos

$$S = \left(\frac{t_1 + t_n}{2} \right) \times n$$

2. Serie geométrica

Es la adición indicada de los términos de una sucesión geométrica. En el caso de las series geométricas, estas pueden ser de dos tipos: finitas o infinitas convergentes.

a) Serie geométrica finita

Es aquella que tiene una cantidad limitada de términos.

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + \dots + t_n = S$$

$\times q$ $\times q$ $\times q$

t_1 : primer término

t_n : término enésimo

q : razón

n : número de términos

$$S = \frac{T_1 \times (q^n - 1)}{q^1}$$

b) Serie geométrica infinita convergente

Es aquella que tiene una cantidad ilimitada de términos, cuya razón (q) cumple la siguiente condición: $0 < |q| < 1$.

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + \dots + \infty = S$$

$\cdot q$ $\cdot q$ $\cdot q$

$$S = \frac{T_1}{1 - q}$$

$0 \leq |q| < 1$

TRABAJANDO EN CLASE

Integral

1. Calcula el valor de "E":

$$E = 7 + 10 + 13 + 16 + \dots + 94$$

2. Calcula el valor de U:

$$U = 3 + 12 + 48 + 192 + \dots + 12288$$

3. Calcula el valor de "S":

$$S = 16 + 8 + 4 + 2 + \dots$$

PUCP

4. Calcula la suma de los 20 primeros múltiplos positivos de 6.

Solución:

$$S = 6 + 12 + 18 + \dots + 120$$

$$S = \left(\frac{6 + 120}{2} \right) 20 = 1260$$

5. Calcula la suma de los 50 primeros múltiplos positivos de 19.

6. El inventor del ajedrez, pidió al príncipe hindú, 1 grano de trigo en la primera casilla del tablero de ajedrez; 2 en la segunda, 4 en la tercera y así sucesivamente. ¿Cuántos granos de trigo pidió dicho inventor.

7. Calcula el valor de "S":

$$S = \underbrace{2+3+6+6+18+12+\dots}_{100 \text{ sumandos}}$$

UNMSM

8. Resuelve:

$$S = \frac{1}{2} + \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} + \frac{4}{5^4} + \dots$$

Solución:

$$5S = 1 + \frac{2}{5} + \frac{3}{5^2} + \frac{4}{5^3} + \dots$$

$$\downarrow (-) \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$S = \frac{1}{5} + \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} + \dots$$

$$4S = 1 + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \frac{4}{5^4} + \dots$$

$$4S = \frac{1}{1 - \frac{1}{5}}$$

$$4S = \frac{5}{4}$$

$$S = \frac{5}{16}$$

9. Resuelve:

$$M = 7 + \frac{8}{6} + \frac{9}{6^2} + \frac{10}{6^3} + \dots$$

10. Si el segundo término de una P.A. es 7 y el séptimo término es 22, determina la suma de los 100 primeros términos de dicha P.A.

11. Se contrata a un vendedor para la venta de autos prometiéndosele pagar una comisión por el primer auto que venda y luego se le irá duplicando dicha suma por cada nuevo auto vendido. Si por vender 12 autos recibió S/.12285, ¿cuánto le pagaron por el 5to. auto vendido?

UNI

12. Resuelve:

$$\underbrace{6 + 66 + 666 + 6666 + \dots}_{10 \text{ sumandos}}$$

Resolución

$$6 \left\{ 1 + 11 + 111 + 1111 + \dots \frac{11\dots1}{10 \text{ cifras}} \right\}$$

$$\frac{6}{9} \left\{ 9 + 99 + 999 + 9999 + \dots \frac{99\dots9}{10 \text{ cifras}} \right\}$$

$$\frac{6}{9} \left\{ 10 - 1 + 100 - 1 + 1000 - 1 + \dots \frac{1000\dots0}{11 \text{ cifras}} - 1 \right\}$$

$$\frac{2}{3} \left\{ 10 - 1 + 10^2 - 1 + 10^3 - 1 + 10^3 - 1 \dots 10^{10} - 1 \right\}$$

$$\frac{2}{3} \left\{ 10 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + \dots - 10 \right\}$$

$$\frac{2}{3} \left\{ \frac{10(10^{10} - 1)}{10 - 1} - 10 \right\}$$

$$\frac{2}{3} \left\{ \frac{10^{11} - 10}{9} - \frac{90}{9} \right\}$$

$$\frac{2}{3} \left\{ \frac{10^{11} - 10^2}{9} \right\}$$

$$\frac{2(10^{11} - 10^2)}{27}$$

13. Resuelve:

$$R = 3 + 33 + 333 + \dots \frac{33\dots3}{15 \text{ cifras}}$$

14. Calcula el valor de la siguiente serie:

$$1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots + (n+1)x^n; 0 < x < 1$$

$$0 < x < 1$$

