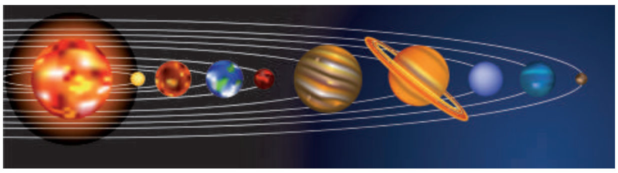
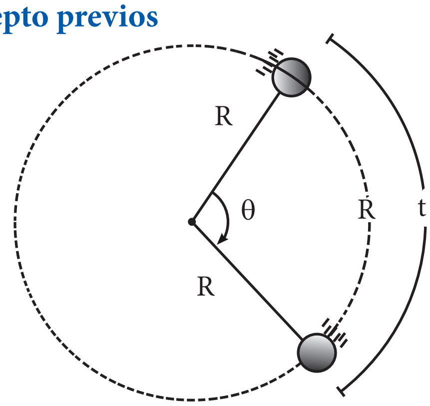
MOVIMIENTO CIRCUNFERENCIAL

Antiguamente, el movimiento circunferencial fue muy importante para el estudio de trascendentales fenómenos presentes en la naturaleza, tales como el movimiento de los planetas y el modelo atómico de Rutherford.



En este capítulo estudiaremos las propiedades del movimiento circunferencial y, en especial, el del movimiento circunferencial uniforme.

Concepto previos



$$\boxed{S = \theta \cdot R}$$

Longitud de arco (S)

Es el espacio recorrido por el móvil en un intervalo de tiempo. Su unidad en el SI es el metro (m).

Recorrido angular (θ)

Es el ángulo barrido por un móvil en un intervalo de tiempo. Su unidad en el SI es el radian (rad).

Radio (R)

Es la distancia entre el centro y la trayectoria circunferencial. Su unidad en el SI es el metro (m).

Periodo (T)

Es el intervalo de tiempo por cada vuelta o revolución. Se calcula aplicando la siguiente ecuación:

$$\boxed{T = \frac{t}{n} = \frac{\text{Tiempo empleado}}{\text{Número de vueltas}}}$$

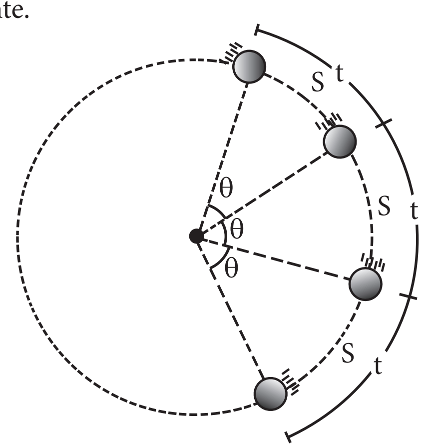
Frecuencia (f)

Se define como la inversa del periodo. Su valor indica el número de vueltas que describe la partícula por cada unidad de tiempo. Se calcula aplicando la siguiente ecuación:

$$\boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{n}{t} = \frac{\text{Número de vueltas}}{\text{Tiempo empleado}}}$$

MOVIMIENTO CIRCUNFERENCIAL UNIFORME (MCU)

Se dice que un móvil posee este movimiento cuando se desplaza en una trayectoria circular (una circunferencia o un arco de la misma) a una rapidez constante.



Debido a que se mueve con rapidez constante, este movimiento cumple con las siguientes características:

- Barre ángulos centrales θ iguales en tiempos iguales.
- Recorre longitudes de arcos iguales S en tiempos iguales «t».

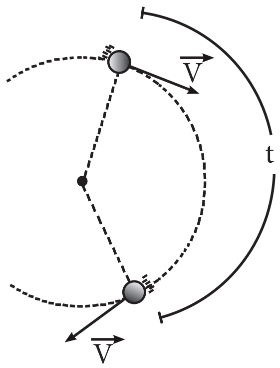
Teniendo en cuenta las características del MCU se definen dos velocidades:

- Velocidad tangencial
- Velocidad angular

Velocidad tangencial ($\vec{V}$)

También denominada velocidad lineal o simplemente velocidad, su dirección siempre es tangente a la trayectoria, y en el caso del MCU es tangente a la circunferencia descrita por el móvil. Al módulo de esta velocidad se le conoce como rapidez, rapidez tangencial o lineal (V) y su valor se calcula dividiendo el espacio recorrido (longitud de arco S) y el tiempo «t» que demoró en recorrerlo.

$$\boxed{V = \frac{S}{t}}$$



También se cumple:

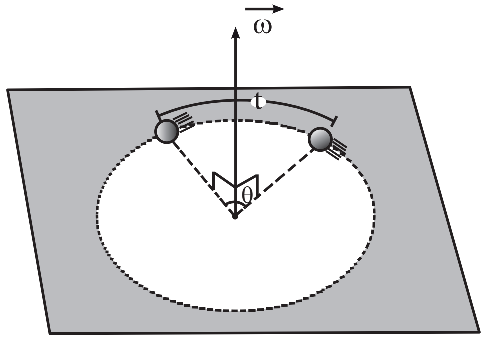
$$S = V \,.\, t$$

Unidades en SI

- S: m
- t: s
- V: m/s

Velocidad angular ($\vec{\omega}$)

En un MCU, la dirección de esta velocidad entra al plano de movimiento si el cuerpo gira en sentido horario, y sale del plano si el cuerpo gira en sentido antihorario. Su módulo es conocido como rapidez angular (ω) y se calcula dividiendo el ángulo barrido (θ) y el tiempo «t» que le tomó girar.

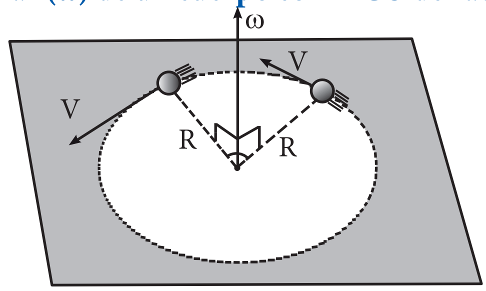


$$\boxed{\theta = \omega \cdot t}$$

Unidades en SI

- θ: rad
- t: s
- ω: rad/s

Relación entre la rapidez tangencial (V) y angular (ω) de un cuerpo con MCU de radio R



$$\boxed{V = \omega \cdot R}$$

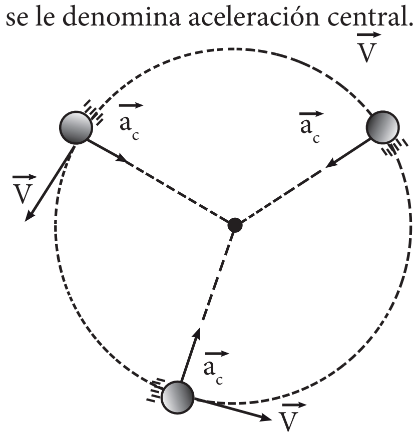
Unidades en el SI

- V: m/s
- ω: rad/s
- R: m

Todo cuerpo que realiza un MCU tiene como característica principal dos velocidades constantes (la tangencial y la angular), hay que entender, no obstante, que la velocidad tangencial varía en dirección.
La aceleración que está relacionada con el cambio en dirección de la velocidad es la denominada aceleración centrípeta.

Aceleración centrípeta ($\vec{a}_c$)

La aceleración centrípeta tiene dirección radial, apuntando siempre hacia el centro de giro, por ende, también se le denomina aceleración central.



El módulo de la aceleración centrípeta se puede calcular aplicando las siguientes ecuaciones:

$$\boxed{a_c = \frac{V^2}{R} = \omega^2 \cdot R}$$

Unidades en el SI

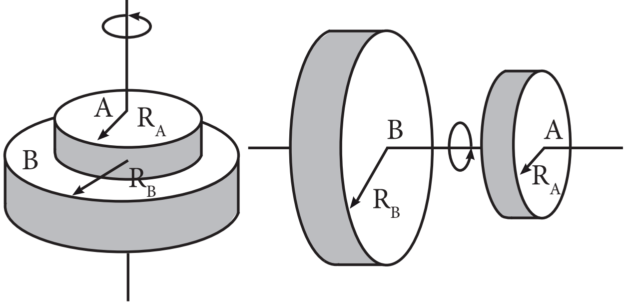
- V: rapidez tangencial (m/s)
- ω: rapidez angular (m/s)
- R: radio (m)
- a_c: módulo de la $\vec{a}_c$ m/s^2

Aplicaciones del MCU

El MCU se puede aplicar para transmitir movimiento, los mecanismos en los cuales se observa este fenómeno son:

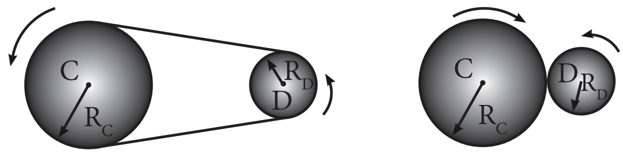
- Engranajes
- Cadenas sobre ruedas dentadas

Transmisiones angulares



$$\boxed{\omega_A = \omega_B} \qquad \boxed{\frac{V_A}{R_A} = \frac{V_B}{R_B}}$$

Transmisiones tangenciales



$$\boxed{V_C = V_D} \qquad \boxed{\omega_C \cdot R_C = \omega_D \cdot R_D}$$

Las magnitudes y sus respectivas unidades en el SI en los dos casos anteriores son:

ω_A: rapidez angular de la rueda A (rad/s).
ω_B: rapidez angular de la rueda B (rad/s).
V_A: rapidez en el borde de la rueda A (m/s).
V_B: rapidez en el borde de la rueda B (m/s).
R_A: radio de la rueda A (m).
R_B: radio de la rueda B (m).

Trabajando en clase

Integral

1. Una partícula que está girando con MCU tiene una rapidez angular de 4 rad/s. ¿Qué ángulo (en rad) habrá girado en un minuto?
Resolución:
Aplicando la fórmula:
$\theta = \omega \cdot t$
Reemplazando los datos: ω = 4 rad/s y t = 1 min
Primero transformamos el tiempo en segundos:
$\Rightarrow t = 1 \times 60 = 60$ s
Luego, en la fórmula:
$\theta = 4 \times 60$
$\therefore\ \theta = 240$ rad

2. Un cuerpo que está girando con MCU tiene una rapidez angular de 5 rad/s. ¿Qué ángulo (en rad) habrá girado en 2 minutos?

3. Se sabe que una partícula gira 21 rad en 3 s. ¿Qué ángulo (en rad) giraría dicha partícula en 10 s? (Considera que la partícula desarrolla un MCU)

4. Un objeto con MCU describe un arco de 6 m en un tiempo de 2 segundos. Calcula su rapidez tangencial en m/s.

UNMSM

5. Una partícula con MCU gira a razón de 80 RPM. Calcula el ángulo (en rad) que genera en 2 segundos.
Resolución:
Interpretamos que es un RPM.
$\Rightarrow$ 1 RPM = 1 vuelta en 1 minuto
Entonces, 80 RPM = 80 vueltas en 1 minuto
Pero 1 vuelta) 2π rad   1 min = 60 s
$\Rightarrow$80 RPM = (2π rad) 80 en 60 s
Luego, (2π rad) $\times$ 80 $\rightarrow$ 60 s
$\theta \leftarrow 2$ s
$\therefore\ \theta = 16\pi/3$ rad

6. Un objeto con MCU gira a razón de 30 RPM. Calcula el ángulo (en rad) que genera en 4 segundos.

7. Un disco gira a razón de 7π m/s (constante) durante 10 s. Calcula el número de vueltas que genera en ese tiempo, su frecuencia (en Hz) y su periodo (en s). (Considere que el disco desarrolla un MCU)

8. Una partícula con MCU gira a razón de 36 m/s. Calcula su rapidez angular (en rad/s) y el ángulo (en rad) que gira en 10 s. El radio de la trayectoria circunferencial es 12 m.

Resolución:

Para calcular la rapidez angular, aplicamos:

$V = \omega \times R$

Reemplazando los datos:

$36 = \omega \times 12$

$\Rightarrow \therefore \omega = 3$ rad/s

Luego, para determinar el ángulo girado, aplicamos:

$\theta = \omega \times t$

Reemplazamos los datos:

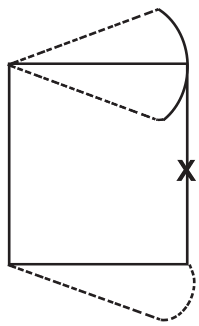
$\theta = 3 \times 10$

$\therefore \theta = 30$ rad

9. Un cuerpo con MCU gira con radio 2 m. Si su rapidez lineal es 60 m/s, calcula su rapidez angular (en rad/s) y el ángulo (en rad) que gira en 8 s.

10. Bajo la acción del viento, una puerta gira uniformemente un ángulo de 90º en 5,0 segundos. Si el ancho de la puerta es de 50 cm, la aceleración centrípeta de una polilla que está en el borde de la puerta es:

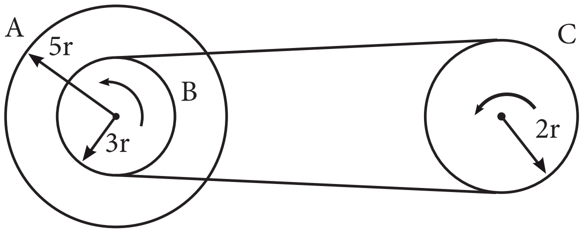
UNMSM 2004 – II



11. La rapidez tangencial de una partícula con MCU es de 12 m/s, calcula el módulo de su aceleración centrípeta (en m/s²) si su radio es de 9 m.

UNI

12. Si la rapidez tangencial en el borde de la rueda A es 10 m/s, calcula la rapidez tangencial (en m/s) en el borde de la rueda C.



Resolución:

Del problema y por teoría se cumple:

$V_C = V_B \ldots (1)$

Además:

$$\frac{V_A}{R_A} = \frac{V_B}{R_B}$$

Reemplazando los datos del problema:

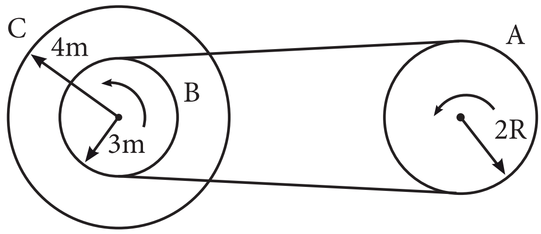
$$\frac{\overset{2}{\cancel{10}}}{\cancel{5}\cancel{r}} = \frac{V_B}{3\cancel{r}}$$

$\Rightarrow V_B = 6$ m/s … (2)

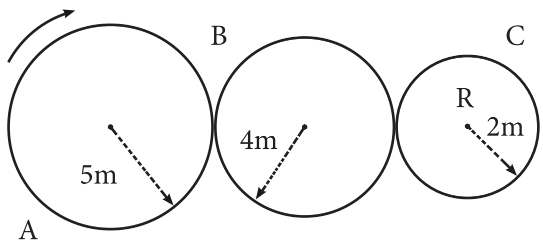
Luego, reemplazando (2) en (1)

$\therefore V_C = 6$ m/s

13. Si la rapidez tangencial en el borde de la rueda C es de 20 m/s, calcula la rapidez tangencial (en m/s) en el borde de la rueda A.



14. Calcula la rapidez angular (en rad/s) con que gira la rueda C, si la rueda A gira a razón de 4 rad/s.



15. Si $V_A = 3V_B$, determina el radio (en m) de la polea menor si el sistema gira con rapidez angular constante.