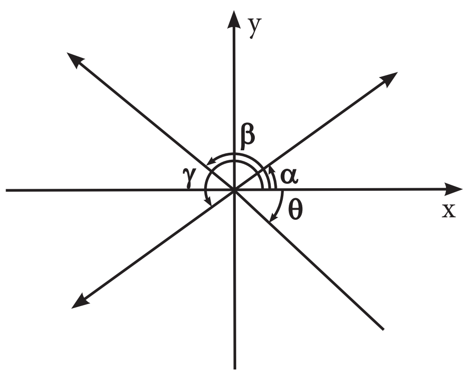
EJERCICIOS DE ÁNGULOS EN POSICIÓN NORMAL

Un ángulo trigonométrico está en posición normal si su vértice está en el origen de coordenadas y su lado inicial coincide con el lado positivo del eje de las abscisas. El lado final se ubica en cualquier cuadrante que indicará a que cuadrante pertenece el ángulo. Si el lado final coincide con un semieje; el ángulo no pertenece a ningún cuadrante.

Ejemplo:



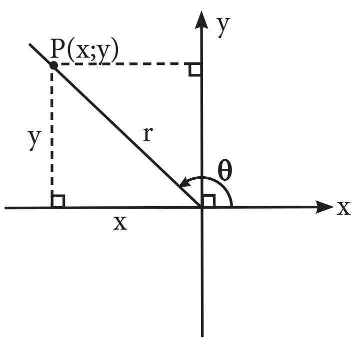
$\alpha \in IC$ $\beta \in IIC$

$\gamma \in IIIC$ $\theta \in IVC$

Nota: Los ángulos en posición normal también se denominan ángulos canónicos o stándard.

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL

Si θ es un ángulo canónico; sus razones trigonométricas se obtienen conociendo un punto del lado final como P(x;y) y se aplican las definiciones siguientes:



Observaciones:

y: ordenada

x: abscisa

r: radio vector

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$\text{Sen}\theta = \frac{y}{r} = \frac{\text{ordenada}}{\text{radio vector}} \Leftrightarrow \text{Csc}\theta = \frac{r}{y} = \frac{\text{radio vector}}{\text{ordenada}}$$

$$\text{Cos}\theta = \frac{x}{r} = \frac{\text{abscisa}}{\text{radio vector}} \Leftrightarrow \text{Sec}\theta = \frac{r}{x} = \frac{\text{radio vector}}{\text{abscisa}}$$

$$\text{Tan}\theta = \frac{y}{x} = \frac{\text{ordenada}}{\text{abscisa}} \Leftrightarrow \text{Cot}\theta = \frac{x}{y} = \frac{\text{abscisa}}{\text{ordenada}}$$

Nota

Para recordar las definiciones anteriores, utilice los siguientes cambios:

Cateto opuesto < > Ordenada

Cateto adyacente < > Abscisa

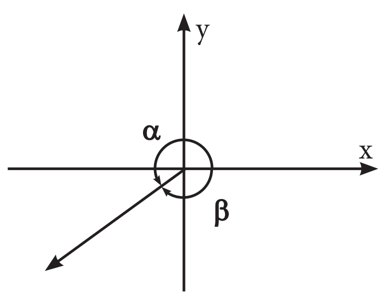
Hipotenusa < > Radio vector

ÁNGULOS COTERMINALES

Son aquellos, ángulos trigonométricos en posición normal cuyos lados finales coinciden, siendo la diferencia de sus medidas un múltiplo de 360°, es decir, un número positivo de vueltas.

Si a y b son coterminales tal que a > b, entonces se cumple:

$$\boxed{\begin{array}{c} \alpha - \beta = k(360°);\ k \in \mathbb{Z} \\ \alpha = 360°k + \beta \end{array}}$$



α y β: canónicos y coterminales

Trabajando en clase

Integral

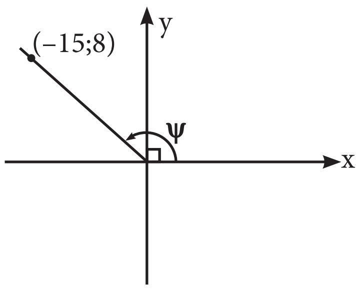
1. El punto P(1;–3) pertenece al lado final de un ángulo en posición normal "α", calcula el valor de:

$E = \sqrt{10}\,\text{Sec}\alpha + \text{Tan}\alpha$

2. El punto Q(–2;3) pertenece al lado final de un ángulo estándar θ, calcula:

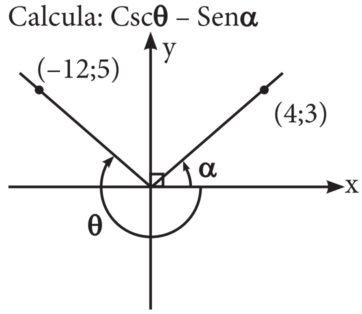
$Q = \sqrt{13}\,\text{Csc}\theta - \text{Cot}\theta$

3. Calcula $K = \frac{1}{2}\text{Sen}\psi - 2\text{Cos}\psi$

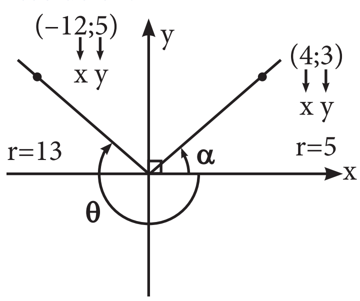


PUCP

4. Calcula: $\text{Csc}\theta - \text{Sen}\alpha$



Resolución:

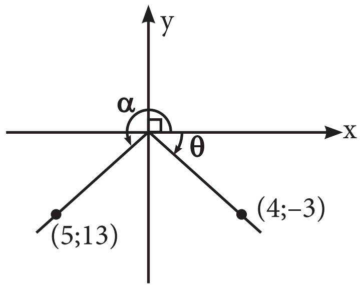


Piden: $\text{Csc}\theta - \text{Sen}\alpha$

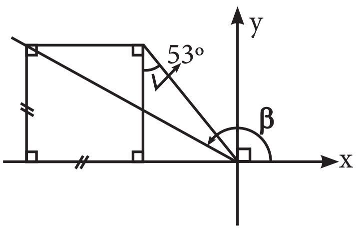
$\frac{13}{5} - \frac{3}{5}$

$\frac{10}{5} = 2$

5. Calcula: $\text{Tan}\alpha + \text{Sen}\theta$

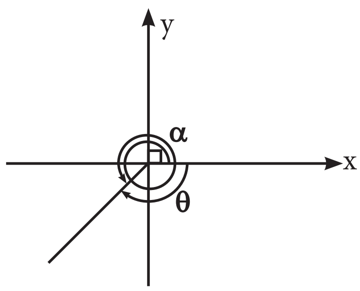


6. Obtén el valor de $\text{Tan}\beta$



7. Calcula:

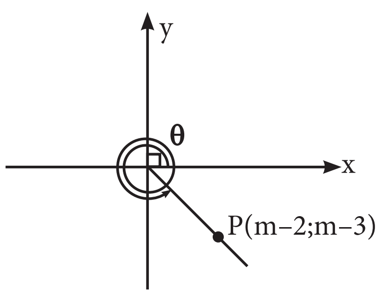
$$M = \frac{3\text{Tan}\alpha}{\text{Tan}\theta} - \frac{2\text{Sen}\theta}{\text{Sen}\alpha} - \frac{\text{Sec}\alpha}{\text{Sec}\theta}$$



UNMSM

8. Si $\text{Cot}\theta = -3$

Calcula el valor de m.



Resolución:

P(m–2; m–3)

$\downarrow \quad \downarrow$

x $\quad$ y

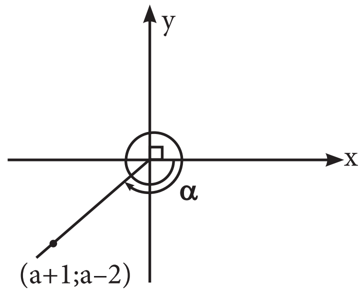
Del dato: $\quad \text{Cot}\theta = -3$

$$\frac{m-2}{m-3} = -3$$

$m - 2 = -3m + 9$

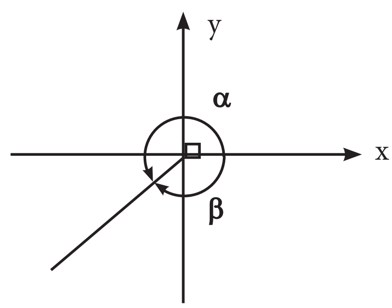
$4m = 11 \rightarrow m = 11/4$

9. Calcula el valor de "a" si $\text{Tan}\alpha = 4$

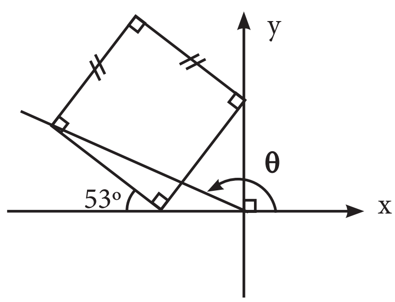


10. Calcula:

$$R = \frac{\text{Sen}\alpha + \text{Sen}\beta}{|\text{Sen}\alpha|} + \frac{\text{Tan}\alpha + \text{Tan}\beta}{|\text{Tan}\alpha|}$$

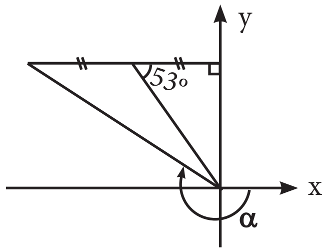


11. Obten el valor de "$\text{Tan}\theta$"

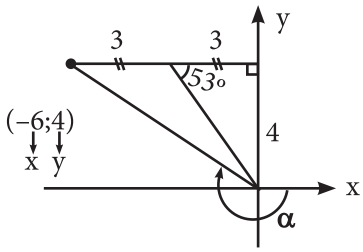


UNI

12. Calcula: E = 3Tanα + 1



Resolución:



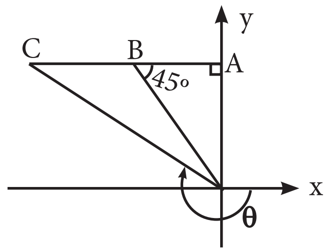
Piden: 3Tanα + 1

$$\cancel{3}\left(\frac{4}{\cancel{-6}}\right)+1$$

$$-2+1$$

$$-1$$

13. Calcula 2Cotθ – 1, si CB = 2BA



14. Calcula: Tanθ – Cotθ