



# Materiales Educativos GRATIS

## TRIGONOMETRIA

## CUARTO

# EJERCICIOS DE ÁNGULOS DOBLES

### Para el Seno:

$$\text{Sen}2x = 2\text{Sen}x\text{Cos}x$$

Demostración:  $\text{Sen}(\alpha + \beta) = \text{Sen}\alpha\text{Cos}\beta + \text{Cos}\alpha\text{Sen}\beta$

Hacemos:  $\alpha = \beta = x$

Luego:  $\text{Sen}(x + x) = \text{Sen}x\text{Cos}x + \text{Cos}x\text{Sen}x$

$$\text{Sen}2x = 2\text{Sen}x\text{Cos}x$$

### Coseno:

$$\text{Cos}2x = 2\text{Cos}^2x - \text{Sen}^2x$$

Demostración:  $\text{Cos}(\alpha + \beta) = \text{Cos}\alpha\text{Cos}\beta - \text{Sen}\alpha\text{Sen}\beta$

Hacemos  $\alpha = \beta = x$

Luego:

$$\text{Cos}(x + x) = \text{Cos}x\text{Cos}x - \text{Sen}x\text{Sen}x$$

$$\text{Cos}2x = \text{Cos}^2x - \text{Sen}^2x$$

También, para degradación:

$$\text{Cos}2x = 2\text{Cos}^2x - 1 \rightarrow 2\text{Cos}^2x = 1 + \text{Cos}^2x$$

$$\text{Cos}2x = 1 - 2\text{Sen}^2x \rightarrow 2\text{Sen}^2x = 1 - \text{Cos}^2x$$

### Tangente:

$$\text{Tan}2x = \frac{2\text{Tan}x}{1 - \text{Tan}^2x}$$

Demostración:  $\text{Tan}(\alpha + \beta) = \frac{\text{Tan}\alpha + \text{Tan}\beta}{1 - \text{Tan}\alpha\text{Tan}\beta}$

Hacemos:  $\alpha = \beta = x$

Luego:  $\text{Tan}(x + x) = \frac{\text{Tan}x + \text{Tan}x}{1 - \text{Tan}x\text{Tan}x}$

$$\text{Tan}2x = \frac{2\text{Tan}x}{1 - \text{Tan}^2x}$$

## Trabajando en clase

### Integral

1. Si  $\text{Sen}x = \frac{1}{3}$ ; Calcula:  $P = \text{Sen}2x$ .

2. Si  $\text{Tan}x = \frac{2}{3}$ , calcula  $M = \text{Tan}2x$ .

3. Simplifica:

$$E = \frac{\text{Sen}4^\circ + \text{Cos}2^\circ}{2\text{Sen}2^\circ + 1^\circ}$$

### Católica

4. Simplifica:

$$M = 8\text{Sen}7^\circ \cdot \text{Cos}7^\circ \cdot \text{Cos}14^\circ \cdot \text{Cos}28^\circ$$

Resolución:

$$E = 8\text{Sen}7^\circ \text{Cos}7^\circ \text{Cos}14^\circ \text{Cos}28^\circ$$

$$E = 4(2\text{Sen}7^\circ \cdot \text{Cos}7^\circ) \cdot \text{Cos}14^\circ \cdot \text{Cos}28^\circ$$

$$\text{Sen}14^\circ$$

$$E = \frac{2(2\text{Sen}14^\circ \cdot \text{Cos}14^\circ) \cdot \text{Cos}28^\circ}{\text{Sen}28^\circ}$$

$$E = \frac{2\text{Sen}28^\circ \cdot \text{Cos}28^\circ}{\text{Sen}28^\circ}$$

$\therefore E = \text{Sen}56^\circ$

5. Simplifica:

$$A = 16\text{Sen}x\text{Cos}x\text{Cos}2x\text{Cos}4x\text{Cos}8x$$

6. Simplifica:

$$M = \frac{\text{Cos}2x}{\text{Cos}x + \text{Sen}x} + \text{Sen}x$$

7. Reduce la expresión:

$$P = \frac{\text{Cos}2x}{\sqrt{2}\text{Sen}(x + 45^\circ)} + \text{Sen}x$$

### UNMSM

8. Si « $\theta$ » es agudo y  $\text{Cos}2\theta = \frac{2}{3}$ ; Calcula  $\text{Sen}\theta$ .

Resolución:

Sabemos:  $\text{Cos}^2\theta = 1 - 2\text{Sen}^2\theta$ .

Reemplazando:  $\frac{2}{3} = 1 - 2\text{Sen}^2\theta$

$$2\text{Sen}^2\theta = 1 - \frac{2}{3}$$

$$2\text{Sen}^2\theta = \frac{1}{3}$$

$$\text{Sen}\theta = \pm \frac{1}{\sqrt{6}}$$

Como « $\theta$ » es agudo:  $\text{Sen}\theta = \frac{1}{\sqrt{6}}$

9. Si « $\theta$ » es agudo y  $\text{Cos}2\theta = \frac{1}{7}$ . Calcula  $\text{Cos}\theta$ .

10. Calcula el valor de:

$$E = \text{Cos}^4 22^\circ 30' - \text{Sen}^4 22^\circ 30'$$

11. Reduce:

$$M = 1 - 8\text{Sen}^2 x \text{Cos}^2 x$$

### UNI

12. Reduce:

$$A = \frac{\text{Cos}2x + \text{Sen}^2x}{\text{Sen}^2x}$$

Resolución:

Sabemos:  $\text{Cos}x = 1 - 2\text{Sen}^2x$

Reemplazando:

$$A = \frac{1 - 2\text{Sen}^2x + \text{Sen}^2x}{\text{Sen}^2x}$$

$$A = \frac{1 - \text{Sen}^2x}{\text{Sen}^2x} = \frac{\text{Cos}^2x}{\text{Sen}^2x} = \left(\frac{\text{Cos}x}{\text{Sen}x}\right)^2$$

$\therefore A = \text{Cot}^2x$

13. Reduce:

$$P = \frac{\text{Cos}^2\alpha + \text{Sen}^2\alpha}{\text{Cos}^2\alpha - \text{Cos}^2\alpha}$$

14. En la figura calcula « $\text{Cot}\alpha$ »

