



# SUMAS NOTABLES

### INTRODUCCIÓN

Sumas notables es el nombre que reciben aquellas series que guardan una especial formación. Entre ellas tenemos algunas series aritméticas especiales para las que se han deducido relaciones particulares.

Las más importantes son las siguientes:

#### Serie de números naturales positivos

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

#### Serie de números pares positivos

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + (2n) = n(n+1)$$

#### Serie de números impares

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n-1) = n^2$$

#### Serie de números cuadrados perfectos

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

#### Serie de números cubos perfectos

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3 = \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

#### Serie de los números triangulares

$$1 + 3 + 6 + 10 + 15 + \dots + \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

#### Serie de los primeros productos binarios

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + \dots + n \times (n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

#### Serie de los primeros productos ternarios

$$1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + 3 \times 4 \times 5 + \dots + n \times (n+1) \times (n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

#### Serie de los primeros inversos de los productos binarios

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

## TRABAJANDO EN CLASE

### Integral

- Calcula el valor de M:  

$$M = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 45$$
- Calcula el valor de S:  

$$S = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 38$$
- Calcula el valor de R:  

$$R = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 29$$

### PUCP

- Calcula el valor de M:  

$$M = 1 + 4 + 9 + 16 + \dots + 196$$

#### Resolución

$$M = 1 + 4 + 9 + 16 + \dots + 196$$

$$M = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 14^2$$

$$M = \frac{14 \times 15 \times 29}{6}$$

$$M = 105$$

Rpta.: 1015

$$1015$$

- Calcula el valor de A:  

$$A = 1 + 4 + 9 + 16 + \dots + 400$$

- Calcula el valor de H:  

$$H = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 15^3$$

- Calcula el valor de S:  

$$S = 15 + 16 + 17 + 18 + \dots + 30$$

## UNMSM

- Calcula el valor de B:  

$$B = 8^2 + 9^2 + 10^2 + 11^2 + \dots + 20^2$$

#### Resolución:

$$B = 8^2 + 9^2 + 10^2 + 11^2 + \dots + 20^2$$

$$B = \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2 + 11^2 + 12^2 + \dots + 20^2}{\frac{20(21)(41)}{6}} - \frac{(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 7^2)}{\frac{7(8)(15)}{6}}$$

$$B = \frac{20 \times 21 \times 41}{6} - \frac{7(8)(15)}{6}$$

$$B = 2870 - 140$$

$$B = 2730$$

Respuesta:

$$B = 2730$$

- Calcula el valor de la siguiente serie:  

$$M = 19 + 21 + 23 + 25 + \dots + 41$$

- Calcula el valor de S:  

$$S = 11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2 + \dots + 21^2$$

- Calcula el valor de C:  

$$C = 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + \dots + 16 \times 17$$

$$E = 1 \times 17 + 2 \times 16 + 3 \times 15 + 4 \times 14 + \dots + 17 \times 1$$

$$E = 1 \times (18-1) + 2 \times (18-2) + 3 \times (18-3) + 4 \times (18-4) + \dots + 17 \times (18-17)$$

$$E = 1 \times 18 - 1^2 + 2 \times 18 - 2^2 + 3 \times 18 - 3^2 + 4 \times 18 - 4^2 + \dots + 17 \times 18 - 17^2$$

$$E = 1 \times 18 + 2 \times 18 + 3 \times 18 + 4 \times 18 + \dots + 17 \times 18 - (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 17^2)$$

$$E = 18(1+2+3+4+\dots+17) - \frac{17 \times 18 \times 35}{6}$$

$$E = 18 \times \frac{17 \times 18}{2} - 1785 \rightarrow E = 2754 - 1785 = 969$$

Rpta.: 969

- Calcula el valor de A:  

$$A = 1 \times 20 + 2 \times 19 + 3 \times 18 + 4 \times 17 + \dots + 20 \times 1$$

- Calcula el valor de A:  

$$A = 1 + 3 + 6 + 10 + \dots + 190$$

### UNI

- Calcula el valor de E:  

#### Resolución

$$E = 1 \times 17 + 2 \times 16 + 3 \times 15 + 4 \times 14 + \dots + 17 \times 1$$

## ESQUEMA FORMULARIO

$$1. 1+2+3+4+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$2. 1+3+5+7+\dots+(2n-1) = n^2$$

$$3. 2+4+6+8+\dots+2n = n(n+1)$$

$$4. 1^2+2^2+3^2+4^2+\dots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$5. 1^3+2^3+3^3+4^3+\dots+n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

$$6. 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

$$7. \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$