EJERCICIOS DE SISTEMAS DE ECUACIONES

• Marco teórico

1. Definición

Los sistemas de ecuaciones son conjuntos de dos o más ecuaciones con dos o más incógnitas.

Un sistema de ecuaciones lineales consta de dos ecuaciones y dos incógnitas; cuya solución se verifica simultáneamente.

Sea el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + 2y = 13 \\ x + y = 8 \end{cases}$$

Cumple para: $x = 3$
$y = 5$

2. Conjunto solución (C.S.)

Conjunto de todos los valores de las incógnitas con que se verifica el sistema.

Del sistema anterior, el conjunto solución es:

$$\text{C.S.} = \{(\underset{\underset{x}{\uparrow}}{3}\,;\,\underset{\underset{y}{\uparrow}}{5})\}$$

3. Método de reducción

Este método es el más rápido para resolver un sistema lineal, también llamado sistema de primer grado.

Ejemplo: Resuelve:

$$\begin{cases} 4x - y = 24 \ldots (\alpha) \\ 5x + y = 48 \ldots (\beta) \end{cases}$$

Tratemos de eliminar la variable que se encuentra en igual cantidad, para lo cual usaremos operaciones en las ecuaciones.

Sumando miembro a miembro

$$\begin{cases} 4x - \cancel{y} = 24 \;\downarrow(+) \\ 5x + \cancel{y} = 48 \end{cases}$$

$$9x = 72$$

$$x = 8$$

Para calcular «y» reemplazamos x = 8 en cualquiera de las dos ecuaciones. Así:

En (α): $4(8) - y = 24$

$$32 - y = 24$$

$$8 = y$$

Luego el conjunto solución es:

C.S. = {(8 ; 8)}

4. Análisis de compatibilidad

Sea el sistema

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = C_1 \\ a_2x + b_2y = C_2 \end{cases}$$

4.1. Sistema compatible determinado

Tiene solución única.

Se cumple:

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

4.2. Sistema compatible indeterminado

Tiene infinitas soluciones.

Se cumple:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

4.3. Sistema incompatible

Se cumple:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

• NOTA

En un sistema lineal el conjunto solución está dado por pares ordenados.

C.S. = {(x ; y)}

Trabajando en Clase

Integral

1. Resuelve:

$$\begin{cases} 3x + y = 7 \\ x + y = 13 \end{cases}$$

2. Calcula «x» en el siguiente sistema de ecuaciones lineales.

$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ y - x = -1 \end{cases}$$

3. Resuelve:

$$\begin{cases} 4x - 3y = 6 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

Católica

4. Si $\begin{cases} (a-2)x + ay = 3 \\ 5x + 3y = 11 \end{cases}$

Es un sistema compatible determinado, determina el valor que no puede tomar «a».

Resolución:

El sistema es compatible determinado

Entonces:

$$\frac{(a-2)}{5} \neq \frac{a}{3} \rightarrow 3a - 6 \neq 5a$$

$$\rightarrow -6 \neq 2a$$

$$-3 \neq a$$

Luego «a» no puede tomar el valor de -3.

5. Si:

$$\begin{cases} 2x + ay = 7 \\ 3x + (a+3)y = 11 \end{cases}$$

Es un sistema compatible determinada, calcula el valor que no puede tomar «a».

6. Si: $\begin{cases} 3x - (a-2)y = 13 \\ 4x + ay = 5 \end{cases}$

Es compatible determinado, calcula el valor que no puede tomar «a».

7. Calcula «x + y» en el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 9 \\ 5x + 3y = 14 \end{cases}$$

UNMSM

8. Si: $\begin{cases} (b-3)x + 2y = 6 \\ 4x - (a-5)y = 3 \end{cases}$

Es compatible indeterminado

Calcula «a.b»

Resolución:

Como el sistema es compatible indeterminado, entonces:

$$\frac{b-3}{4} = \frac{2}{-(a-5)} = \frac{6}{3}$$

Luego:

$$\frac{b-3}{4} = \frac{6}{3} \qquad\Big|\qquad \frac{2}{-(a-5)} = \frac{6}{3}$$

$$\frac{b-3}{4} = 2 \qquad\Big|\qquad \frac{\cancel{2}}{-a+5} = \cancel{2}$$

$b - 3 = 8$ $\qquad 1 = -a + 5$

$b = 11$ $\qquad a = 5 - 1$; $\quad a = 4$

Por lo tanto $a \times b = 44$

9. Si $\begin{cases} (a-5)x + 3y = 6 \\ 2x - (b-4)y = 2 \end{cases}$

Es compatible indeterminado, calcula «a + b».

10. Si $\begin{cases} (a-2)x + 9y = 12 \\ 2x + 3y = b - 2 \end{cases}$

Es compatible indeterminado, calcula «a.b».

11. Calcula «x» en el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 4(x+3) + 3(y+4) = 36 \\ 5(x+4) + 4(y+5) = 60 \end{cases}$$

UNI

12. Si $\begin{cases} (a+2)x - (a-3)y = 18 \\ 3x + 12y = 8 \end{cases}$

Es incompatible, calcula «a»

Resolución:

Como el sistema es incompatible entonces:

$$\frac{9+2}{3} = -\frac{(9-3)}{12} \qquad \Big|$$

$4a + 8 = -a + 3$

$a + 4a = 3 - 8$

$5a = -5$

$a = -1$

13. Si $\begin{cases} (5-a)x + 6y = 7 \\ (a+1)x + 2y = 5 \end{cases}$

Es incompatible, calcula «a».

14. Calcula «xy» en el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} \dfrac{x+4}{5} = \dfrac{y+5}{4} \\[2mm] \dfrac{x+5}{6} = \dfrac{y+6}{5} \end{cases}$$