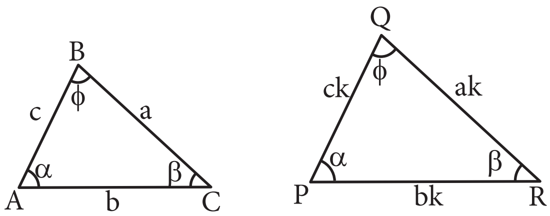
EJERCICIOS DE SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Dos triángulos son semejantes si tiene sus tres ángulos interiores congruentes (ángulos respectivamente de igual medida) y las longitudes de sus lados homólogos son directamente proporcionales. Los lados homólogos son aquellos que se oponen a los ángulos congruentes.



$\boxed{\Delta ABC \sim \Delta PQR}$

Notación:

- Nota 1

$$\boxed{\begin{array}{l} m\angle ABC = m\angle PQR \\ m\angle BCA = m\angle QRP \\ m\angle CAB = m\angle RPQ \end{array}}$$

- Nota 2

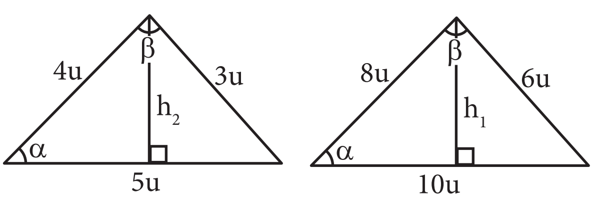
$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP} = k$$

k = Consta nte de proporcionalidad

I. Razón de semejanza (r)

Es aquel número real y positivo que se obtiene al dividir dos longitudes homólogas de dos triángulos semejantes.

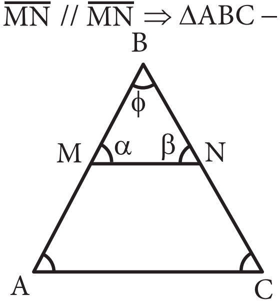
Ejemplo:



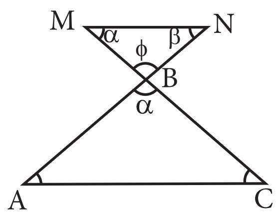
$$\text{Razón: } \frac{6}{3} = \frac{8}{4} = \frac{10}{5} = \ldots = \frac{h_1}{h_2} = 2$$

❖ Situaciones frecuentes donde se presentan triángulos semejantes.

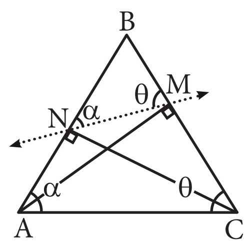
1. Si $\overline{MN} \,//\, \overline{MN} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta MBN$.



2. Si $\overline{MN} \,//\, \overline{MN} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta MBN$.

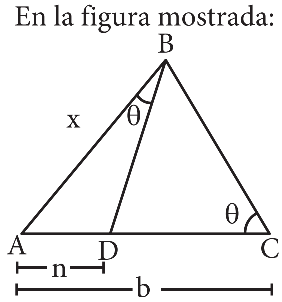


3. $\Delta MBN \sim ABC$



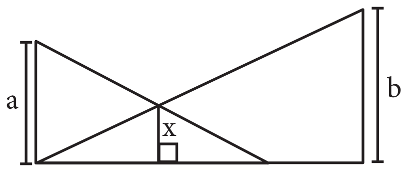
II. Propiedades

❖ En la figura mostrada:



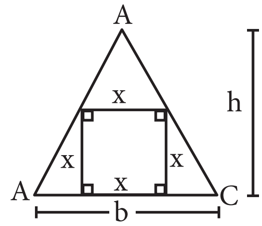
$\boxed{x^2 = n \cdot b}$

❖ En la figura:



$$x = \frac{ab}{a+b}$$

❖ Cuadrado inscrito en un triángulo:

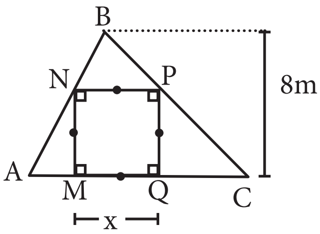


$$x = \frac{b \cdot h}{h+b}$$

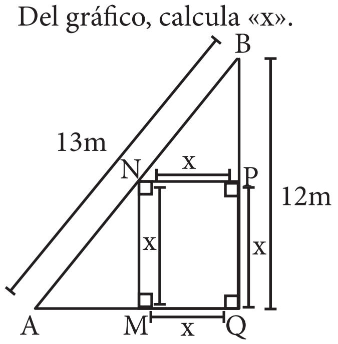
Trabajando en clase

Integral

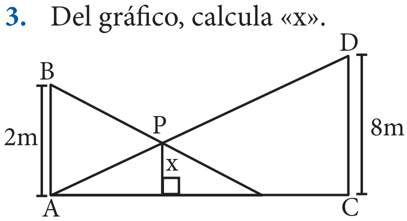
1. Del gráfico, calcula «x» si AC = 10 m.



2. Del gráfico, calcula «x».

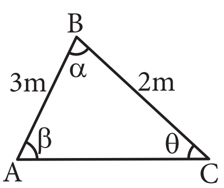


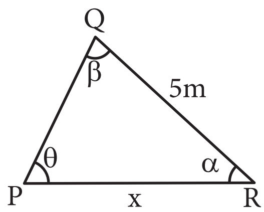
3. Del gráfico, calcula «x».



PUCP

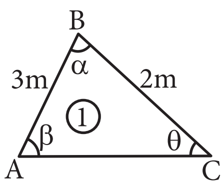
4. Del gráfico, calcula «x».

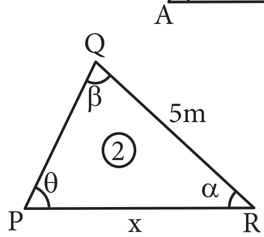




Resolución:

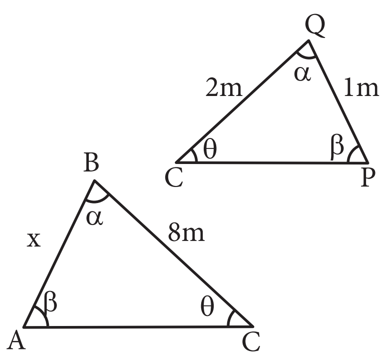
Aplicando propiedad de semejanza.



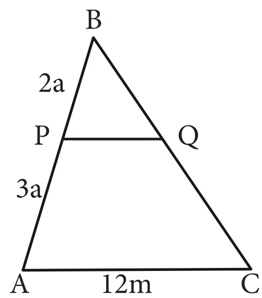


$$\frac{1}{2} : \frac{2}{x} = \frac{3}{5} \rightarrow x = \frac{10}{3}\ \text{m}$$

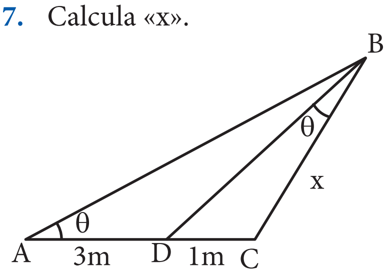
5. Del gráfico, calcula «x».



6. Del gráfico $\overline{PQ} \,//\, \overline{AC}$, calcula PQ.



7. Calcula «x».

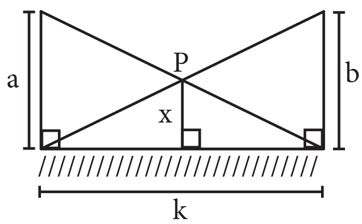


UNMSM

8. Dos postes verticales de a y b metros de largo, situados sobre una superficie horizontal, están separados por una distancia de «k» metros. Las líneas que unen la cima de uno con la base del otro se cortan en el punto «P». ¿A qué altura respecto a dicha superficie esta «P»?

Resolución:

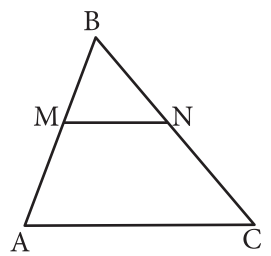
Dibujamos correctamente:



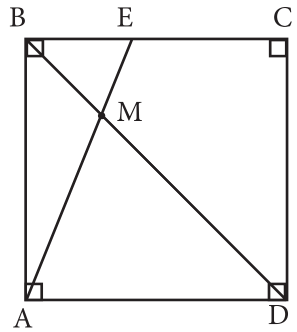
$$\Rightarrow x = \frac{a\times b}{a+b}\ \text{m}$$

9. Dos postes verticales de 3 m y 2 m de largo, situados sobre una superficie horizontal, están separados 10 m, las líneas que une la cima de uno con la base del otro se cortan en el punto «P». ¿A qué altura respecto a dicha superficie está «P»?

10. En la figura, AB = 10 cm, BC = 12 m y AC = 14 m. Si $\overline{DE}$ // $\overline{AC}$ y BM = NC, calcula «MN».



11. En la figura, ABCD es un cuadrado, AM = 4ME y BE = 10 cm. Calcula «EC».



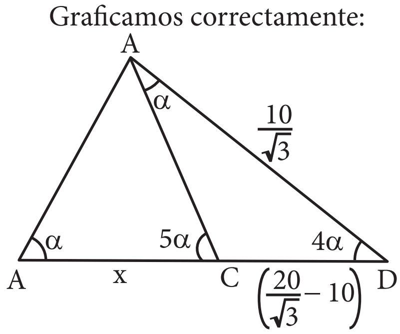
UNI

12. En un triángulo ABC, sobre la prolongación de $\overline{AC}$ se toma el punto «D» de tal forma que 4 m∠ BAC = m∠CDB. Si 5m∠BAC = m∠ACB, BD = $\frac{10}{\sqrt{3}}$ m y CD = $\left(\frac{20}{\sqrt{3}} - 10\right)$m.

Calcula «AC».

Resolución:

Graficamos correctamente:



Por la propiedad:

$$\left(\frac{10}{\sqrt{3}}\right)^2 = \left(\frac{20}{\sqrt{3}} - 10\right).$$

$$\left(x + \frac{20}{\sqrt{3}} - 10\right)$$

$$x = 20\ \text{cm}$$

13. En un triángulo ABC, sobre la prolongación de $\overline{AC}$ se toma el punto «D» de tal forma que 4m∠BAC = m∠CDB. Si 5m∠BAC = m∠ACB; BD = 6m y CD = 4 m; calcula «AC».

14. En la figura se tiene una semicircunferencia con diámetro $\overline{BF}$, donde «D» es un punto de tangencia. Si AD = 6m, EC = 4m, calcula «AC».