Materiales Educativos GRATIS

ALGEBRA QUINTO

EJERCICIOS DE PROGRAMACIÓN LINEAL

Pasos a considerar:

1. Elección de las incógnitas
2. Función objetivo
3. Restricciones
4. Hallar el conjunto de soluciones factibles
5. Calcular las coordenadas de los vértices del recinto de las soluciones factibles
6. Calcular el valor de la función objetivo

Ejemplo

Se dispone de 120 refrescos de cola con cafeína y de 180 refrescos de cola sin cafeína. Los refrescos se venden en paquetes de dos tipos. Los paquetes de tipo A contienen tres refrescos con cafeína y tres sin cafeína, y los de tipo B contienen dos con cafeína y cuatro sin cafeína. El vendedor gana 6 euros por cada paquete que venda de tipo A y 5 euros por cada uno que vende de tipo B. Calcula de forma razonada cuantos paquetes de cada tipo debe vender para maximizar los beneficios y calcula esta.

1. x = nº de paquetes del tipo A
   y = nº de paquetes del tipo B

2. $f(x, y) = 6x + 5y$

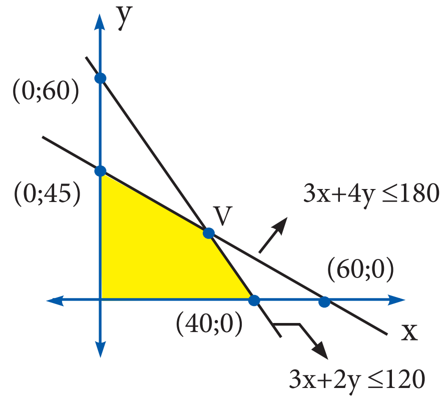
3. Restricciones:

	Tipo A	Tipo B	Restricciones
Cantidad	x	y	$x \geq 0; y \geq 0$
Con cafeína	3x	2y	$3x + 2y \leq 120$
Sin cafeina	3x	4y	$3x + 4y \leq 180$

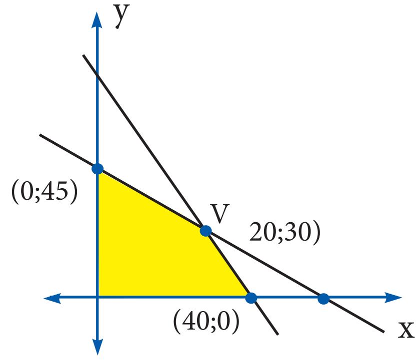
Advertencia pre

La función objetivo es f(x; y) y siempre se buscará su mínimo y su máximo.

4. La zona sombreada es la zona factible.



5.



hallar el vértice:

$$\Rightarrow \begin{array}{r} 3x + 2y = 120 \\ 3x + \quad 4 = 180 \\ \hline 2y = 60 \\ y = 30 \\ x = 20 \end{array} \quad \uparrow (+)$$

6. En la función objetivo, sustituimos cada uno de los vértices:

Vértice   Función objetivo: $F(x, y) = 6x + 5y$

$(0; 0) \rightarrow F(0; 0) = 6.0 + 5.0 = 0$

$(40;0) \rightarrow F(40; 0) = 6.40 + 5.0 = 240$

$(20; 30) \rightarrow F(20; 30) = 6(20) + 5.30 = 270$ (máx.)

$(0; 45) \rightarrow F(0; 45) = 6.0 + 5.45 = 225$

La solución óptima será elaborada 20 de tipo A y 30 de tipo B, para obtener un beneficio de 270 euros.

Trabajando en clase

Integral

Enunciado

Una panadería dispone 6 kg de harina y 10 kg de levadura para elaborar pan francés y pan de yema, que se venderán a S/.0,20 y S/.0,30 respectivamente.

Para hacer un pan francés se requiere de 10 gramos de harina y 10 de levadura y para preparar un pan de yema, se requiere de 10 gramos de harina y 20 gramos de levadura. Si se quiere sacar el máximo beneficio, ¿cuántos panes franceses y de yema se deben hacer y vender?

1. Indica la función objetivo.

2. Elabora el cuadro de restricciones.

3. Elabora el gráfico, indicando sus vértices y la zona factible. Calcula el máximo beneficio.

PUCP

4. Una compañía fabrica y vende dos modelos de lámpara L1 y L2. Para su fabricación se necesita un trabajo manual de 20 minutos para el modelo L1 y da 30 minutos para el L2; y un trabajo de máquina de 20 para L1 y da 10 minutos para L2. Para el trabajo manual se dispone de 100 horas al mes y para la máquina; 80 horas al mes. Si se sabe que el beneficio por unidad es de 15 y 10 euros para L_1 y L_2, respectivamente, planifica la producción para obtener el máximo beneficio.

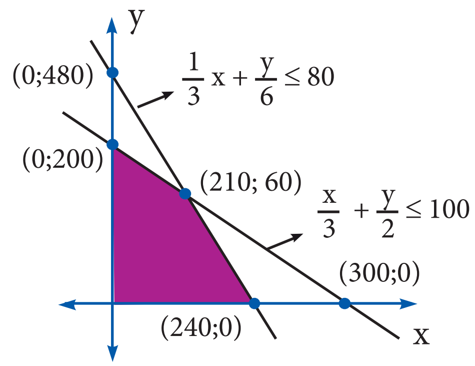
   Resolución:

   Restricciones:

	L_1	L_2	Restricciones
Cantidad	x	y	$x \geq 0; y \geq 0$
Manual	x/3	y/2	$x/3 + y/2 \leq 100$
Máquina	x/3	y/6	$x/3 + y/6 \leq 80$

Función objetivo:
$f(x, y) = 5x + 10y$

Zona factible:



Vértice:

$$\Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{y}{6} = 80 \quad \Rightarrow 2x + y = 480$$
$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 100 \quad \Rightarrow 2x + 3y = 600 \quad (-)$$
$$2y = 120$$
$$y = 60$$
$$x = 210$$

V = (210; 60)

Calcular el valor de la función objetivo

Vértice $F(x, y) = 15x + 10y$

- (0; 0) → F(0; 0) = 15.0 + 10.0 = 0
- (240; 0) → F(240; 0) = 15.240 + 10.0 = 3600
- (210; 60) → F(210; 60) = 15.210 + 10.60 = 3750 (máx.)
- (0; 200) → F(0; 200) = 15.0 + 10.200 = 2000

La solución óptima es fabricar 210 de modelo L_1 y 60 del modelo L_2, para obtener un beneficio de 3750 euros.

Enunciado

Una persona para recuperarse de una enfermedad tiene que tomar en su alimentación dos clases de componentes que llamaremos A y B. Necesita tomar 70 unidades de B. El médico le da dos tipos de dietas en las que la concentración de dichos componentes es:

dieta D_1: 2 unidades de A y 3 unidades de B.
dieta D_2: 1 unidad de A y 2 unidades de B.
Si se sabe que el precio de la dieta D_1 es 3 euros y el de la dieta D_2 es 2 euros. ¿Cuál es la distribución óptima para el menor costo?

5. Indica la función objetivo y las restricciones.

6. Halla el conjunto de las soluciones factibles.

7. Calcula el valor de la función objetiva.

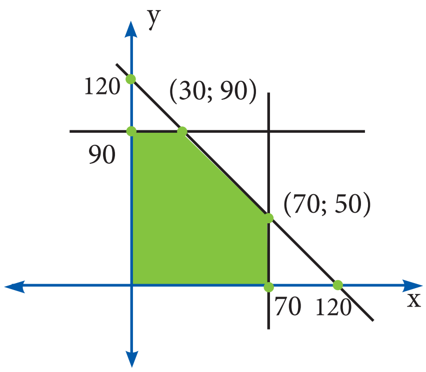
UNMSM

8. Un gasolinero vendía caramelos y galletas a S/.0,20 y S/. 0,60 respectivamente. El vendedor lleva dos bolsas: una para los caramelos en la que gane 70 y otra para las galletas, en la que caben 90. Ha calculado que cada día es capaz de vender 120 golosinas como máximo. ¿Cuántos caramelos y galletas habrán de vender para que su beneficio sea máximo?

Resolución:

	Caramelos	Galletas	Restricciones
Cantidad	x	y	$0 \leq x \leq 70; 0 \leq y \leq 90$
			$x + y \leq 120$

Función objetiva:
$F(x, y) = 0{,}20x + 0{,}60y$
Graficamos:



Vértice: Función objetiva

- (0, 0) → F(0; 0) = 0,20.0 + 0,60.0 = 0
- (70,0) → F(70,0) = 0,20.70 + 0,60.0 = 14
- (70; 50) → F(70; 50) = 0,20.70 + 0.60.50 = 44
- (30; 90) → F(30; 90) = 0,20.30 + 0,60.90 = 60 (máx.)
- (0; 90) → F(0; 90) = 0,20.0 + 0,60.90 = 54

Se deberá vender 30 caramelos y 90 galletas para generar el máximo beneficio.

Enunciado

Un estudiante dedica parte de su tiempo al reparto de propaganda publicitaria. La empresa A le paga S/.5 por cada impreso repartido y la empresa B, con folletos más grande, le paga S/.7 por impreso. El estudiante lleva dos bolsas una para los impresos A, en la que caben 120 y otra para los impresos B, en la que caben 100. Ha calculado que cada día es capaz de repartir 150 impresos como máximo. Lo que se pregunta el estudiante es: ¿cuántos impresos habrá que repartir de cada clase para que su beneficio diario sea máximo?

9. Indica las restricciones.

10. Halla el conjunto de las soluciones factibles.

11. Calcula el valor de la función objetiva y las vértices.

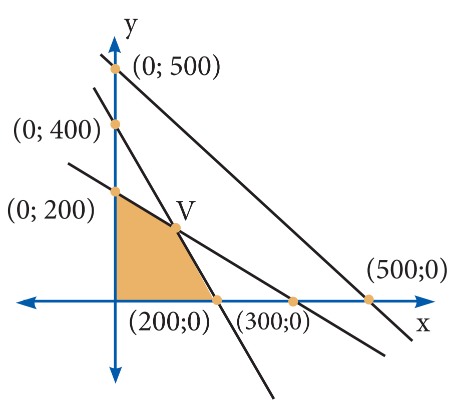
UNI

12. Con el comienzo del curso se van a lanzar unas ofertas de material escolar. Unos almacenes quieren ofrecer 600 cuadernos, 500 carpetas y 400 bolígrafos para la oferta, empaquetando de dos formas distintas: en el primer bloque pondrán 2 cuadernos, 1 carpeta y 2 bolígrafos; en el segundo 3 cuadernos, 1 carpeta y 1 bolígrafo. Los precios de cada paquete serán 6; 5 y 7 euros, respectivamente. ¿Cuántos paquetes les convienen poner de cada tipo para obtener el máximo beneficio?

Resolución:

	P1 (x)	P2 (y)	Restricciones $x \geq 0; y \geq 0$
Cuadernos	2x	3y	$2x + 3y \leq 6000$
Carpetas	x	y	$x + y \leq 500$
Bolígrafos	2x	y	$2x + y \leq 400$

Conjunto de soluciones factibles



Calculando el vértice

$$\Rightarrow \begin{array}{r} 2x + 3y = 600 \\ 2x + \ \ y = 4000 \\ \hline 2y = 200 \\ y = 1000 \\ x = 1500 \end{array} \uparrow (-)$$

Vértice:Función objetivo: $F(x, y) = 6.5x + 7y$

- $(0; 0) \rightarrow F(0; 0) = 0$
- $(200; 0) \rightarrow F(200; 0) = 1300$
- $(0; 200) \rightarrow F(0; 200) = 1400$
- $(1502; 100) \rightarrow F(150; 100) = 1675$ (máx.)

La solución óptima son $150P_1$ y $100P_2$ con la que se obtienen 1675 euros.

Enunciado

Una refinería de petróleo tiene dos fuentes de petróleo crudo: crudo ligero, que cuestan 35 dólares por barril y crudo pesado a 30 dólares el barril. Con cada barril de crudo ligero, la refinería produce 0,3 barriles de gasolina (G), 0,2 barriles de combustible para calefacción (C) y 0,5 barriles de combustible para turbinas (T), mientras que con cada barril de crudo pesado produce 0,3 barriles de G; 0,4 barriles de C y 0,1 barriles de T. La refinería ha contratado el suministro de 900 000 barriles de T. Calcula las cantidades de crudos ligero y pesado que debe comprar para poder cubrir sus necesidades a costo mínimo

13. Elabora el cuadro de restricciones.

14. Grafica y calcula el costo mínimo.