



Materiales Educativos GRATIS

ALGEBRA

CUARTO

EJERCICIOS DE PRODUCTOS NOTABLES

BINOMIO CUADRADO

A) Binomio suma al cuadrado

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 &= x^2 + 2\left(x\right)\left(\frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{x}\right)^2 \\ &= x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} \end{aligned}$$

B) Binomio diferencia al cuadrado

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 &= x^2 - 2x \cdot \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2 \\ &= x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} \end{aligned}$$

IDENTIDADES DE LEGENDRE

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$a+b^2 - a-b^2 = 4ab$$

DIFERENCIA DE CUADRADOS

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned} (\sqrt{7} + \sqrt{2})(\sqrt{7} - \sqrt{2}) &= \sqrt{7}^2 - \sqrt{2}^2 \\ &= 7 - 2 = 5 \end{aligned}$$

BINOMIO AL CUBO

A) Binomio suma al cubo

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 &= x^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3 + 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= x^3 + \frac{1}{x^3} + 3\left(x + \frac{1}{x}\right) \end{aligned}$$

B) Binomio diferencia al cubo

$$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 &= x^3 - \frac{1}{x^3} - 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right) \\ &= x^3 - \frac{1}{x^3} - 3\left(x - \frac{1}{x}\right) \end{aligned}$$

BINOMIO POR TRINOMIO

A) Suma de cubos

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

Ejemplo:

$$(x+1)(x^2 - x + 1) = x^3 + 1^3 = x^3 + 1$$

B) Diferencia de cubos

$$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

Ejemplo:

$$(x-1)(x^2 + x + 1) = x^3 - 1^3 = x^3 - 1$$

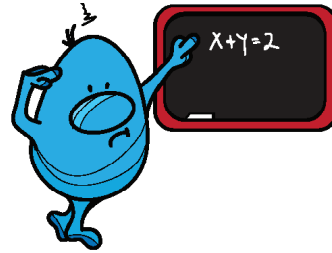
PRODUCTO DE DOS BINOMIOS CON UN TÉRMINO COMÚN O IDENTIDAD DE STEVIN

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

Ejemplos:

$$(x-2)(x+3) = x^2 + x - 6$$

$$(x+2)(x+3) = x^2 + 5x + 6$$



TRINOMIO AL CUADRADO

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ac)$$

TRINOMIO AL CUBO

$$(a+b+c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+b)(b+c)(a+c)$$

CONDICIONAL

Si: $a+b+c=0$

Se cumple:

$$a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab+bc+ac)$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

$$a^4 + b^4 + c^4 = 2(ab+bc+ac)^2$$

$$a^5 + b^5 + c^5 = -5abc(ab+bc+ac)$$

TRABAJANDO EN CLASE

Integral

1. Calcula: $a^2 + b^2$

Si $a + b = 5 \wedge ab = 3$

2. Calcula "ab"

Si:

$$a - b = 5 \wedge a^2 + b^2 = 17$$

3. Calcula $a - b$

Si: $a + b = 4 \wedge a^2 + b^2 = 9$

$a < b$

PUCP

4. Calcula $a - b$

Si $a + b = 6 \wedge ab = 6; a < b$

Resolución:

\Rightarrow Aplicamos legendre:

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$

$$6^2 - (a-b)^2 = 4 \cdot 6$$

$$36 - 24 = (a-b)^2$$

$$12 = (a-b)^2$$

$$\pm 2\sqrt{3} = a-b; \text{ si } a < b$$

$$-2\sqrt{3} = a-b$$

5. Calcula $a - b$

Si $a + b = 4 \wedge ab = 2$

6. Simplifica:

$$\frac{(x+1+2\sqrt{x})(x+1-2\sqrt{x}) + (x+1)^2}{2(x+1+\sqrt{2x})(x+1-\sqrt{2x})}$$

7. Dado $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 1$ ($a; b \neq 0$)

Calcula: $\frac{a^4 + b^4}{a^2 b^2}$

UNMSM

8. Determina la expresión simplificada de:

$$(a^b + a^{-b})(a^b - a^{-b})(a^{4b} + 1 + a^{-4b})$$

Resolución:

$$(a^b + a^{-b})(a^b - a^{-b})(a^{4b} + 1 + a^{-4b})$$

$$(a^{2b} - a^{-2b})(a^{4b} + 1 + a^{-4b})$$

$$a^{6b} - a^{-6b}$$

9. Reduce la siguiente expresión:

$$A = (x+1)(x-1)(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1) - x^6$$

10. Determina el valor de "abc"

Si:

$$a + \frac{1}{b} = 1 \text{ y } b + \frac{1}{c} = 1$$

sean $b \neq 0$ y $c \neq 0$

11. Si $x - x^{-1} = 1$ ($x \neq 0$) entonces los valores de

$$x^2 + x^{-2} \text{ y } x^3 - x^{-3} \text{ son:}$$

UNI

12. Determina el valor de "x" que verifica:

$$\sqrt[3]{14 + \sqrt{x}} + \sqrt[3]{14 - \sqrt{x}} = 4$$

Resolución:

$$\left(\sqrt[3]{14 + \sqrt{x}} + \sqrt[3]{14 - \sqrt{x}}\right)^3 = (4)^3$$

$$\left(\sqrt[3]{14 + \sqrt{x}}\right)^3 + \left(\sqrt[3]{14 - \sqrt{x}}\right)^3 + 3\sqrt[3]{14 - \sqrt{x}}\sqrt[3]{14 + \sqrt{x}}(4) = 4^3$$

$$14 + \sqrt{x} + 14 - \sqrt{x} + 3\sqrt[3]{14^2 - \sqrt{x}^2} \cdot 4 = 64$$

$$28 + 12\sqrt[3]{196 - x} = 64$$

$$\sqrt[3]{196 - x} = 3$$

$$169 = x$$

13. Determina el valor de "x" que verifica:

$$\sqrt{3 + \sqrt{x}} + \sqrt{3 - \sqrt{x}} = 2\sqrt{2}$$

14. Sean los números:

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}; b = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Entonces $a + \frac{1}{a} + b + \frac{1}{b}$ es igual a:

