



Materiales Educativos GRATIS

ALGEBRA

CUARTO

EJERCICIOS DE POLINOMIOS

DEFINICIÓN

Es aquella expresión algebraica donde los exponentes de las variables son números enteros no negativos. Además, dichas expresiones están definidas para cualquier valor que se de en sus variables.

Ejemplos:

$$P(x,y) = 4x^2 + 3xy + y^4$$

$$M(x,y) = x^8 - 2xy + x - y - y^2$$

Valor numérico (V.N.)

Es el valor que toma una expresión cuando sus variables adquieren un valor particular.

$$\text{Si } P(x) = 2x^2 - 8x + 1$$

Para $x = -1$; su V.N.:

$$\Rightarrow P(-1) = 2(-1)^2 - 8(-1) + 1$$

$$P(-1) = 2 + 8 + 1 = 11$$

Si $P(x + 3) = x^8 - 3x + 2$; calcula $P(4)$

$$\Rightarrow P(4) = P(1 + 3) = (1)^8 - 3(1) + 2$$

$$= 1 - 3 + 2 = 0 \Rightarrow P(4) = 0$$

Suma de coeficientes

$$\Sigma \text{coef} = P(1)$$

POLINOMIOS ESPECIALES

Polinomio homogéneo

Es aquel polinomio en el cual sus términos tienen el mismo grado.

Ejemplos:

$$P(x,y) = 7y^{10} + 3x^8y^2 - \sqrt{2}x^4y^6$$

Su grado de homogeneidad es 10.

Polinomio ordenado

Los exponentes de la variable elegida se encuentran ordenados de forma ascendente o descendente.

$$P(x) = 4x^4 - 3x^2 - x + 2 \text{ (orden descendente)}$$

Termino Independiente

$$\text{T.I.} = P(0)$$

Grados de un monomio

$$B(x,y) = 20x^5y^6$$

A) Grado relativo

Es el exponente que tiene la variable del término dado.

$$\text{G.R.}(x) = 5; \text{GR}(y) = 6$$

B) Grado absoluto

Es la suma de los exponentes de sus variables.

$$\text{G.A.} = 5 + 6 = 11$$

Grados de un polinomio

$$N(a;b;c) = 10a^3b^2c^5 - 13a^7b^5c^5 - 13a^7b^5c^3 + \sqrt{3}abc^2$$

A) Grado relativo:

Es el mayor exponente de la variable indicada.

$$\text{G.R.}(a) = 7; \text{G.R.}(b) = 5; \text{GR}(c) = 5$$

B) Grado absoluto:

Lo determina el mayor grado que posee uno de los términos del polinomio.

$$\text{G.A.} = 7 + 5 + 5 = 17$$

$$P(x) = 3 + x^2 - 8x^5 + x^{10} \text{ (orden ascendente)}$$

Polinomio completo

Presenta a todos los exponentes de la variable, desde el cero hasta el valor del grado.

$$A(x) = 3 + x^3 - 2x^2 + x$$

$$B(y) = 4 + xy + y^2 - y^4 + y^3$$

Polinomios idénticos

Son idénticos solo si sus términos semejantes poseen los mismos coeficientes.

Ejemplo:

$$N(x) = ax^2 + bx + c$$

$$M(x) = mx^2 + nx + p$$

$$\text{Si } N(x) \equiv M(x)$$

$$\Rightarrow a = m; b = n; c = p$$

TRABAJANDO EN CLASE

Integral

1. Si $p(x) = 3x + 5$ y $Q(x) = 2x^2 + 5x + 1$
Calcula:

$$A = \frac{P(3) + Q(10)}{Q(-3)}$$

2. Calcula $f(g(2))$; si
 $f(x) = x(x - 6) + 9$; $g(x) = \sqrt{x^2 + 5}$
3. Calcula $P(-8)$ si $P(3x - 5) = x^2 - 3$

PUCP

4. Calcula "P(P(x))" si $P(x) = 2x + 1$.

Resolución:

$$P(x) = 2x + 1$$

$$P(P(x)) = 2(2x + 1) + 1$$

$$= 2(2x + 1) + 1$$

$$= 4x + 3$$

$$\therefore P(P(x)) = 4x + 3$$

5. Calcula: $P(3x^2 + 5)$
Si $P(x) = 3x - 7$

6. Calcula "m + n"
Si: $A = 3x^{m+4} \cdot y^{n-5}$; $B = 5x^6 y^8$
Son términos semejantes

7. Calcula: a.b a partir del siguiente polinomio:

$$P(x,y) = 3x^{a-2} y^{b+5} - 3x^{a-3} y^b - 7x^{a-1} y^{b+6}$$

$$\text{Si: G.R.}(x) = 5 \wedge \text{G.A.} = 17$$

UNMSM

8. Calcula la suma de sus coeficientes del siguiente polinomio homogéneo:

$$P(x,y) = (a^2 + 1)x^{a^2+2} + (a-1)x^{2a} \cdot y^{a^2-8}$$

Resolución:

Como el polinomio es homogéneo.

$$\Rightarrow \cancel{a^2} + 2 = 2a + \cancel{a^2} - 8$$

$$10 = 2a$$

$$5 = a$$

Polinomio idénticamente nulo

Es aquel polinomio en el que todos sus coeficientes son iguales a cero.

Ejemplo:

$$(m-2)x^2 + (n-1)x + (p-4) \equiv 0$$

$$\Rightarrow m-2=0; n-1=0; p-4=0$$

$$m=2; n=1; p=4$$

Suma de coeficientes:

$$\Rightarrow a^2 + 1 + a - 1 = a^2 + a = 5^2 + 5 = 30$$

9. Calcula el valor de "a" si el siguiente polinomio es homogéneo.

$$A(x,y) = (a+1)x^{a^2+2}y^a + (a^2+1)x^{2a-1}y^{a^2-1}$$

10. Calcula la suma de coeficientes si la siguiente expresión es un polinomio completo y ordenado.

$$P(x) = c^d x^{a-1} - abx^{b-2} + c^a x^{d-3} - bdx^{c-1} - 2$$

11. Calcula $f(3)$ a partir de:

$$2f(x) = x - 1 + \frac{f(x)}{3}$$

UNI

12. Calcula el valor de $a^{50} + \frac{2}{a^{25}}$, si el siguiente polinomio es idénticamente nulo.

$$P(x) = (a^3 + m - n - 10)x^7 + (n - m + 9)x^{a^{50}}$$

Resolución:

Como es idénticamente nulo:

$$a^3 + m - n - 10 = 0 \quad \wedge \quad n - m = -9$$

$$a^3 + m - n = 10 \quad \wedge \quad m - n = 9$$

$$a^3 + 9 = 10$$

$$a^3 = 1$$

$$a = 1$$

$$\therefore a^{50} + \frac{2}{a^{25}} = 3$$

13. Encuentra el valor de $a^5 - 15a$ si el siguiente polinomio es idénticamente nulo:

$$P(x) = (a^3 + b - c - 10)x^6 + (c - b + a)x^a$$

14. Calcula $P(1; 1)$ si el polinomio es homogéneo.

$$P(x,y) = bx^a y^{a+1} + a^b x^b y^a + a^b y^3$$