



EJERCICIOS DE POLINOMIOS ESPECIALES

POLINOMIOS ESPECIALES

1. Polinomio ordenado

Se dice ordenado respecto a alguna variable cuando su exponente solo aumenta o disminuye (creciente o decreciente).

Ejemplos:

- $P(x) = 3 + 2x^2 + x^3 + 6x^7$

Es creciente con respecto a x

- $Q(x;y) = \sqrt{2}x^7 + \pi x^3 y^4 + 5xy^{17}$

Es creciente con respecto a y

Es decreciente con respecto a x

2. Polinomio completo

Es aquel polinomio que tiene todo los exponentes de sus variables desde el mayor grado hasta el término independiente.

Ejemplo:

$$P(x) = 5 + 2x - 3x + x^3 + 2x^4$$

Tiene todos los exponentes y es de grado 4.

3. Polinomio homogéneo

Un polinomio de dos o más términos y dos o más variables es homogéneo si cada término tiene el mismo grado absoluto.

Ejemplo:

$$P(x;y) = 3 \underbrace{x^7 y^2}_{G.A=9} - \sqrt{2} \underbrace{x^6 y^3}_{G.A=9} + \frac{3}{2} \underbrace{x^5 y^4}_{G.A=9}$$

Diremos que es homogéneo de grado 9 o grado de homogeneidad es 9.

4. Polinomios idénticos

Dos polinomios en una variable y del mismo grado de la forma:

$$P(x) = ax^n + bx^m + cx^p$$

$$Q(x) = rx^n + sx^m + tx^p$$

Son idénticos o iguales si y solo si:

$$\boxed{a=r}; \boxed{b=s}; \boxed{c=t}$$

5. Polinomios idénticamente nulo

$$\boxed{P(x) \equiv 0}$$

Es aquel polinomio cuyos coeficientes son nulos.

$$\text{Sea } P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Es idénticamente nulo, si y solo si:

$$a = b = c = d = 0$$

6. Polinomio Mónico

Se dice que un polinomio es Mónico cuando el coeficiente del término de mayor grado es 1.

Ejemplos:

Si $P(x) = 3x^4 + (m-3)x^6 + 3x^2 - 12$; es Mónico, calcula "m".

Resolución:

Se busca el mayor grado que es 6, por lo tanto su coeficiente se iguala a 1.

$$\Rightarrow m - 3 = 1$$

$$m = 4$$

TRABAJANDO EN CLASE

1. Indica V o F según corresponda

❖ $2x^2 + 3x + 5 \equiv (a+1)x^2 + nx + x^2 + x + 5$ entonces $a=1 \wedge n=3$ ()

❖ Sea $P(x) = 2x^2 + 3x^2 + 2x + 3 + x^4$ es un polinomio completo. ()

❖ Sea $R(x) = x + 3x^2 + 2x^3 + 2x + 3 + x^4$ es un polinomio completo y ordenado en forma creciente ()

❖ Sea $P(x) = 2x^4 + x^3 + 3x^2 - 2x + x^7$ ()

2. Si $P(x) = 2x^a + 3x^2 + x^5 - 10x^6 + x^b + 7x^4 - 8x - 3$ es un polinomio completo, calcula "a+b".

3. Si $P(x) = 3x^{p-2} + 5x^{m-1} + 2x^{n+2} - 7x^{r+6}$ es un polinomio completo y ordenado en forma creciente, calcula "m + n + p + r".

4. Si $P(x) = mx^5 - 7mx^3 + (3-m)x^6 + 5$ es un polinomio Mónico, calcula la suma de sus coeficientes.

Resolución:

Como P es Mónico, su coeficiente principal vale 1, este es el coeficiente que acompaña a la variable de mayor grado.

$$\Rightarrow 3 - m = 1 \Rightarrow m = 2$$

Luego: $P(x) = 2x^5 - 14x^3 + x^6 + 5$

Suma de coeficientes

$$= 2 - 14 + 1 + 5 = -6$$

5. Si $P(x) = mx^4 + (m+1)x^5 + (m-3)x^9 - 1$; es un polinomio Mónico, calcula la suma de coeficientes.

6. Calcula la suma de coeficientes en el polinomio completo y ordenado en forma descendente:

$$P(x) = (m-2)x^{p-4} + (n+2)x^{m+2} + px^{n-3}; x \neq 0$$

7. Calcula "a + b + c" en el siguiente polinomio:

$$2x^2 + (2a+1)x^2 + (b-2)x + c - 2 \equiv 9x^2 + 5x - 6$$

8. Calcula "a + b + c" si $P(x) = 2x^2 - bx + 3 - ax^2 + 6x - c$, es idénticamente nulo.

Resolución:

Agrupamos los términos semejantes para reducir el polinomio:

$$P(x) = \underline{2x^2} - \underline{bx} + \underline{3} - \underline{ax^2} + \underline{6x} - \underline{c}$$

$$P(x) = x^2 \underbrace{(2-a)}_{x=0} + x \underbrace{(-b+6)}_{x=0} + \underbrace{3-c}_{x=0}$$

$$\begin{array}{ccc} 2-a=0 & -b+6=0 & 3-c=0 \\ 2=a & 6=b & 3=c \end{array}$$

$$\therefore a + b + c = 11$$

9. $P(x) = 3x^2 + bx + 5 - ax^2 - 2x + c$, es idénticamente nulo, calcula "a + b + c".

10. Si: $P(x;y) = 2x^{2n+1}y^{n+2} + x^n y^{m+2n} + x^{p+m}$ es homogéneo de grado 24, halla "p".

11. Si el polinomio:

$$P(x) = \sqrt{5}x^{k-2} + 3x^{k-3} + \dots + x^{m-10}$$

Es completo y ordenado en forma creciente y tiene 18 términos, calcula "m + k".

12. Calcula la suma de coeficientes del polinomio completo y ordenado en forma creciente.

$$P(x) = (a+3)x^{a+b-4} + bx^{b+c-7} + (c+1)x^{a+c-4}, x \neq 0$$

Resolución:

$$A + b - 4 = 0$$

$$b + c - 7 = 1$$

$$a + c - 4 = 2$$

$$A + b = 4$$

$$b + c = 8$$

$$a + c = 6$$

$$a + b = 4$$

$$b + c = 8$$

$$a + c = 6$$

$$2a + 2b + 2c = 18 \Rightarrow a + b + c = 9$$

Suma de coeficientes:

$$a + 3 + b + c + 1$$

Suma de coeficientes:

$$a + b + c + 4$$

$$9 + 4$$

Suma de coeficientes: 13.

13. Calcula la suma de coeficientes del polinomio completo y ordenado en forma decreciente.

$$P(x) = (2a-1)x^{a+b-2} + (2b+3)x^{b+c-3} + (2c+5)x^{a+c-4}, x \neq 0$$

14. Indica el valor de "a + b" si el polinomio:

$$P(x) = (a^3 + 27)x^2 + (b^3 - 7)x + 5$$

es lineal y Mónico.