



Materiales Educativos GRATIS

GEOMETRIA

TERCERO

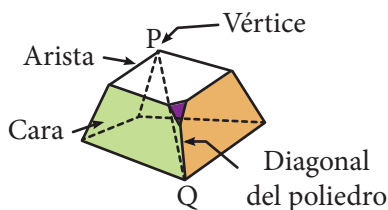
EJERCICIOS DE POLIEDROS REGULARES

Poliedro

Es el sólido geométrico limitado por cuatro o más regiones poligonales planas, denominadas «caras del poliedro». El lado común a dos caras se denomina «arista» y el punto de concurrencia de las aristas, «vértice del poliedro».

Diagonal

Es aquel segmento cuyos extremos son dos vértices de caras diferentes.



Teorema de Euler

En todo poliedro convexo, se cumple lo siguiente: «El número de caras más el número de vértices es igual al número de aristas más dos»

$$C + V = A + 2$$

Donde:

- C = número de caras
- V = número de vértices
- A = número de aristas

Propiedad

Si un poliedro está formado por polígonos de diferente número de lados, el número de aristas se calcula de la siguiente manera:

$$A = \frac{n_1 \cdot p_1 + n_2 \cdot p_2 + n_3 \cdot p_3 + \dots}{2}$$

Donde:

- ❖ $n_1, n_2, \dots$ son el número de lados de cada polígono.
- ❖ $p_1, p_2, \dots$ son el número de polígonos que nos dan.

Poliedro regular

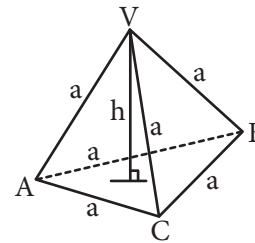
Es aquel poliedro que tiene por caras regiones poligonales regulares congruentes entre sí y en cada vértice concurren igual número de aristas.

Solamente existen cinco poliedros regulares, los cuales son: tetraedro regular, hexaedro regular (cubo), octaedro regular, dodecaedro regular e icosaedro regular.

Analicemos los siguientes poliedros regulares:

1. Tetraedro regular

Es el poliedro que tiene cuatro caras congruentes. Cada una de las caras es un triángulo equilátero



$$\text{Área de la superficie total } (A_{ST}) = A_{ST} = a^2 \sqrt{3}$$

$$\text{Volumen (V)} = V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$$

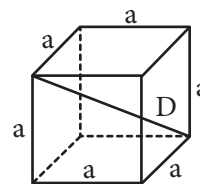
$$\text{Altura (h)} = V = \frac{a \sqrt{6}}{3}$$

a: longitud de la arista

h: longitud de la altura

2. Hexaedro regular

Es el poliedro que tiene seis caras congruentes. Cada una de las caras es un cuadrado.



$$\text{Área de la superficie total } (A_{ST}) = A_{ST} = 6a^2$$

$$\text{Volumen (V)} = V = a^3$$

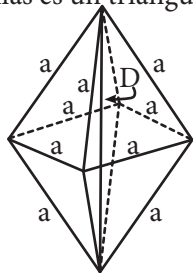
$$\text{Diagonal} = D = a\sqrt{2}$$

a: longitud de la arista

D: longitud de la diagonal

3. Octaedro regular

Es el poliedro que tiene ocho caras congruentes y cada una de ellas es un triángulo equilátero.



Área de la superficie total (A_{ST})

$$A_{ST} = 2\sqrt{3} a^2$$

Volumen (V)

$$V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$$

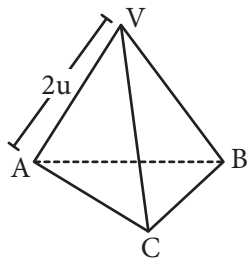
Diagonal (D)

$$D = a\sqrt{2}$$

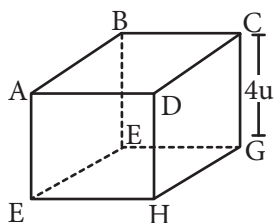
Trabajando en clase

Integral

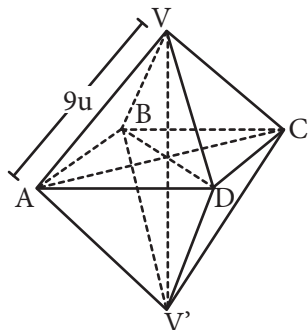
1. Calcula el área de la superficie total, altura y volumen, si V – ABC es un tetraedro regular.



2. Calcula la diagonal, área de la superficie total y volumen, si ABCD – EFGH es un hexaedro regular.

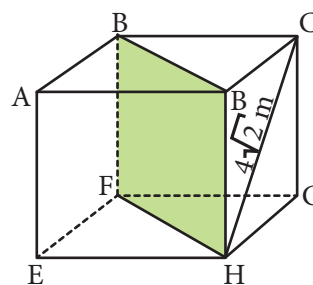


3. Calcula la diagonal, área de la superficie total y volumen, si V – ABCD – V' es un octaedro regular.



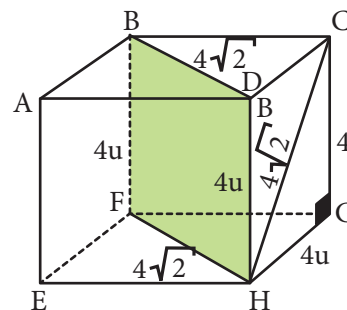
PUCP

4. Calcula el área de la región sombreada, si ABCD – EFGH es un hexaedro regular.



Resolución:

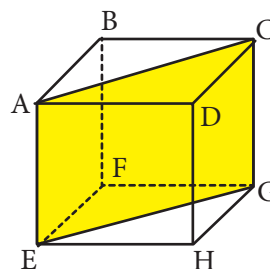
Piden: $A_{\square FBDH}$



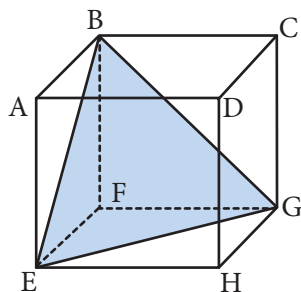
$$A_{\square FBDH} = 4 \times 4\sqrt{2}$$

$$A_{\square FBDH} = 16\sqrt{2} u^2$$

5. Calcula el área de la región sombreada, si ABCD – EFGH es un hexaedro regular y $BG = 6\sqrt{2} u$



6. Calcula el área de la región sombreada si la arista del cubo mide $4u$.

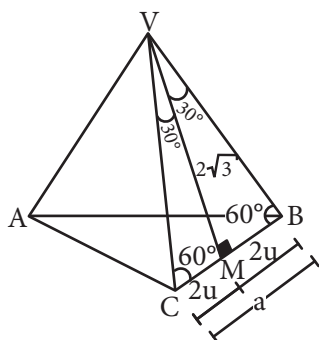


7. Calcula el volumen de un cubo si su diagonal mide $2\sqrt{6}u$

UNMSM

8. Calcula el volumen de un tetraedro regular en el cual la altura de una cara es igual a $2\sqrt{3}u$.

Resolución:



Piden: V

Del gráfico: $a = 4u$

$$V = \frac{4^3 \sqrt{2}}{12}$$

$$V = \frac{16\sqrt{2}}{3}u^3$$

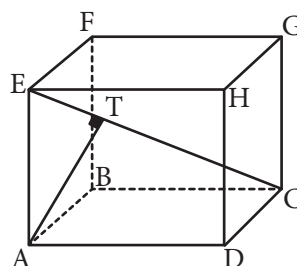
9. Calcula el volumen de un tetraedro regular en el cual la altura de una cara es igual a $3\sqrt{3}u$.

10. Calcula la medida de la diagonal de un octaedro regular si el área de superficie total es $72\sqrt{3}u$.

11. Calcula la relación entre las áreas de un cubo y un octaedro regular de aristas $2b$ y b respectivamente.

UNI

12. Calcula AT en el cubo de arista igual a $4u$.



Resolución:

Piden: $AT = x$

Se traza $\overline{AC}$

$$AC = 4\sqrt{2}u$$

$$BC = 4\sqrt{3}u$$

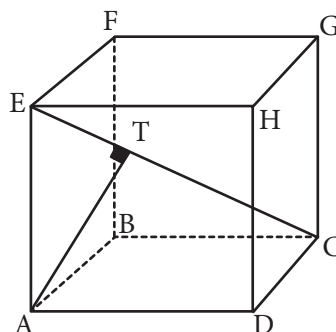
$\triangle EAC$: Relaciones métricas en el triángulo y rectángulo

$$A(4\sqrt{2}) = x \times A(\sqrt{3})$$

$$x = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \right)$$

$$x = \frac{4\sqrt{6}}{3}u$$

13. Calcula AT en el cubo de arista igual a $2u$.



14. Calcula el área de la figura sombreada en el cubo $ABCD - EFGH$.

